

MODELAGEM E PLANEJAMENTO DE
SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

MODELAGEM E PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

MANUAL DE APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

2ª EDIÇÃO, REVISADA E AMPLIADA

Benedito Silva Neto
Angélica de Oliveira Henriques



Diagramação: Marcelo Alves

Capa: Gabrielle do Carmo



A Editora Fi segue orientação da política de distribuição e compartilhamento da Creative Commons Atribuição-Compartilhual 4.0 Internacional https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pt_BR



O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586m

Silva Neto, Bedito

Modelagem e planejamento de sistemas de produção agropecuária: manual de aplicação da programação matemática. – 2. ed., rev. ampl. [recurso eletrônico] / Bedito Silva Neto e Angélica de Oliveira Henriques. – Cachoeirinha : Fi, 2024.

177p.

ISBN 978-65-85958-11-0

DOI 10.22350/9786585958110

Disponível em: <http://www.editorafi.org>

1. Agropecuária – Modelagem – Planejamento – Produção – Manual. I. Henriques, Angélica de Oliveira. II. Título.

Catálogo na publicação: Mônica Ballejo Canto – CRB 10/1023

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

119

Benedito Silva Neto
Angélica de Oliveira Henriques

INTRODUÇÃO

1412

MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

1

2120

SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A UNIDADE DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA VISTA COMO UM SISTEMA	<u>2120</u>
MODELAGEM E ANÁLISE DA COMBINAÇÃO DE ATIVIDADES EM UM SISTEMA DE PRODUÇÃO	<u>2224</u>

2

2726

FUNDAMENTOS DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL) E NÃO LINEAR	<u>2827</u>
FORMULAÇÃO BÁSICA DE UM PROBLEMA DE PL	<u>2928</u>
SOLUÇÃO GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PL	<u>3029</u>
EXERCÍCIO	<u>3234</u>
INTERPRETAÇÃO ECONÔMICA DA PL	33
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	36
REQUISITOS PARA A APLICAÇÃO DA PL	38
MEDIDAS DE RESULTADO ECONÔMICO NA PL	39
FUNDAMENTOS DA FORMULAÇÃO DE MODELOS NO PROGRAMA LPSOLVE	40
EXERCÍCIO	<u>4241</u>

3

45

A NATUREZA DOS PREÇOS E O SIGNIFICADO DA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO

MODELO FORMAL DAS RELAÇÕES ENTRE RIQUEZAS, VALORES E PREÇOS 47

EXTERNALIDADES E VIABILIDADE ECONÔMICA DE ATIVIDADES AGROPECUÁRIAS5455

O SIGNIFICADO DA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO 59

EXERCÍCIO 6064

4

6364

A PROGRAMAÇÃO LINEAR NA MODELAGEM DE UNIDADES DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A FORMULAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO EM PROBLEMAS DE PL.....6364

EXERCÍCIO 6465

FORMULAÇÃO DE RESTRIÇÕES 6566

RESTRIÇÕES DE SUPERFÍCIE 6768

RESTRIÇÕES DE MÃO-DE-OBRA..... 6869

RESTRIÇÕES DE MÁQUINAS, EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES..... 6974

RESTRIÇÕES DE ROTAÇÃO DE CULTURAS 7074

RESTRIÇÕES DE FERTILIDADE DO SOLO..... 7173

EXERCÍCIO 7273

RESTRIÇÕES DE RECURSOS MONETÁRIOS CIRCULANTES..... 7678

RESTRIÇÕES DE ALIMENTAÇÃO DE ANIMAIS 7678

EXERCÍCIO 7779

A OTIMIZAÇÃO DA BOVINOCULTURA DE LEITE NA UNIDADE DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA 7984

DETERMINAÇÃO DO RENDIMENTO LEITEIRO 8183

RESTRIÇÕES DE ALIMENTAÇÃO DE REBANHOS DE BOVINOS DE LEITE 8385

EXERCÍCIO (RENDIMENTO LEITEIRO) 8486

RESTRIÇÕES DE LIGAÇÃO..... 8688

EXERCÍCIO (PLANEJAMENTO FORRAGEIRO) 8688

EXERCÍCIO (SISTEMA DE PRODUÇÃO) 9092

CATEGORIAS SOCIAIS DE AGRICULTORES E MODELAGEM DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO COM RECURSOS MÓVEIS 9799

EXERCÍCIO 104406

5

107110

PROGRAMAÇÃO MISTA

PROGRAMAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS: MODELAGEM COM GASTOS FIXOS 108444

EXERCÍCIO 109442

PROGRAMAÇÃO COM NÚMEROS BINÁRIOS: ESCOLHA DE SISTEMAS EXCLUDENTES . 110443

EXERCÍCIO 111444

6

113116

MODELAGEM DA INCERTEZA EM SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

INCERTEZA E RISCO NA AGRICULTURA.....	113117
MODELAGEM DA INCERTEZA FORTE NA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	116119
O CRITÉRIO DA MINIMIZAÇÃO DO ARREPENDIMENTO MÁXIMO (MINIMAX ARREPENDIMENTO)	116120
O CRITÉRIO DA MAXIMIZAÇÃO DO RESULTADO MÍNIMO (MAXIMIN).....	117120
O CRITÉRIO MAXIMIN PONDERADO	118121
O CRITÉRIO FOCO-PERDA.....	119122
APLICAÇÃO DOS CRITÉRIOS NA TOMADA DE DECISÃO.....	119123
A MODELAGEM DA INCERTEZA POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE CENÁRIOS	125128
EXERCÍCIOS	126129
A MODELAGEM DA ESCOLHA DE ITINERÁRIOS TÉCNICOS.....	131134
EXERCÍCIO	132136
A MODELAGEM DA INCERTEZA EM SISTEMAS COM BOVINOCULTURA DE LEITE	133138
EXERCÍCIO	139144

7

149153

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE MODELOS DE APOIO À DECISÃO

A TEORIA CLÁSSICA DA DECISÃO.....	152156
A TEORIA DA UTILIDADE	153158
A TEORIA DA RACIONALIDADE LIMITADA	158162
TEORIA DOS JOGOS	162167
TEORIAS DA DECISÃO E MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	163168
O USO DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA EM MODELOS DE APOIO À DECISÃO JUNTO A AGRICULTORES	165170

CONSIDERAÇÕES FINAIS

167172

REFERÊNCIAS

170175

APRESENTAÇÃO

Benedito Silva Neto

Angélica de Oliveira Henriques

Este livro originou-se da dificuldade em encontrarmos uma bibliografia adequada para o ensino da programação matemática (especialmente a linear e a mista) a alunos de Agronomia. A literatura existente concentra-se essencialmente nos aspectos matemáticos da programação abordando de forma superficial os problemas relacionados ao processo de modelagem dos sistemas de produção em si. Provavelmente, esta é uma das principais razões da grande lacuna existente entre as possibilidades de aplicação da programação matemática para a análise de unidades de produção agropecuárias, reconhecida desde os anos 1950 e que se traduz em um considerável número de trabalhos científicos, e a sua utilização por profissionais das ciências agrárias como uma ferramenta de uso cotidiano.

E foi com essa perspectiva, a de contribuir para que a programação matemática seja uma ferramenta de uso cotidiano para profissionais de ciências agrárias, que este livro foi produzido. Nossa experiência no ensino nos indica que a programação matemática é muito mais facilmente aprendida, pelo menos em um primeiro momento, por meio da observação da sua aplicação. Por esta razão apresentamos um livro bastante sintético, com a maior parte dos tópicos discutidos sendo acompanhada por exercícios com soluções comentadas. Ao longo do livro, procurou-se elaborar problemas que reflitam de forma progressivamente mais detalhada a realidade das unidades de produção agropecuária. Portanto, aconselhamos vivamente que o

leitor analise detalhadamente cada exercício apresentado, efetuando simulações com a mudança de algum parâmetro, para que possa, depois, elaborar os seus próprios modelos.

Uma característica importante deste livro é que nele a discussão dos aspectos matemáticos da programação foi reduzida ao mínimo (se é que, a rigor, pode-se dizer que ela está presente). Embora saibamos que o conhecimento dos métodos matemáticos utilizados para a solução dos problemas de programação seja de grande valia para o modelador experimentado, cremos que muitos dos pacotes computacionais atualmente disponíveis apresentam soluções absolutamente confiáveis, especialmente de problemas de programação linear e em números inteiros, permitindo que o usuário se concentre especificamente no processo de modelagem.

Dentre estes pacotes computacionais podemos incluir o aplicativo Lpsolve¹ (linguagem XLI_LINDO v10), de distribuição livre, o qual empregamos nesta segunda edição para a formulação e solução dos exercícios apresentados neste livro². Além disso, trabalhamos também com a modelagem em planilhas eletrônicas (Microsoft Excel ou LibreOffice Calc, este último com acesso livre), devido ao amplo uso desse tipo de programa. No entanto, o leitor logo perceberá que, relativamente à pacotes específicos de programação matemática como o Lpsolve, as planilhas eletrônicas apresentam uma série de limitações, o que torna o seu uso restrito para certos tipos de problemas, e ainda assim de dimensões relativamente modestas.

Durante mais de dez anos empregamos a primeira edição deste livro para ministrar disciplinas relacionadas à análise de sistemas de produção em cursos de Agronomia. Ao longo desse

¹ Disponível com acesso livre em <https://sourceforge.net/projects/lpsolve/>

² Esses exercícios, formulados no Lpsolve, encontram-se disponíveis em <https://model-spa.yolasite.com>

período sentimos a necessidade de realizar várias modificações. A mais importante foi a introdução de um capítulo sobre a relação entre a natureza dos preços e a otimização de sistemas de produção. Neste capítulo é discutida, com a profundidade que o assunto exige, a relação entre a formação dos preços e os processos de produção, ou seja, o que é normalmente denominado como a relação entre os aspectos econômicos e técnicos da otimização. Neste sentido, foi introduzida também uma discussão sobre a questão das externalidades, especialmente no que diz respeito a sua relação com a viabilidade econômica de uma atividade produtiva. Nesta segunda edição foi também introduzido um tópico sobre a teoria dos jogos na discussão realizada sobre os fundamentos teóricos dos modelos de apoio à decisão baseados na programação matemática. Além disto, foram realizadas algumas modificações no texto para corrigir alguns erros ortográficos e certas imprecisões conceituais. Enfim, nesta segunda edição, os anexos com a formulação dos problemas discutidos no livro foram retirados. No lugar deles, elaboramos uma página na Internet (<http://model-spa.yolasite.com>) na qual todos os problemas tratados nos exercícios se encontram formulados em arquivos do Lpsolve, o que dispensa o leitor do tedioso trabalho de digitá-los para realizar a sua análise, como ocorria na edição anterior. Nesta página também se encontram outros materiais sobre aspectos matemáticos da programação linear e a sua aplicação na análise de sistemas de produção, além do link para copiar o Lpsolve. Essa página da Internet, portanto, pode ser considerada como parte integrante do livro.

INTRODUÇÃO

MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

Uma das dificuldades para o desenvolvimento de procedimentos adequados de modelagem de sistemas de produção por meio da programação matemática é o caráter estático e normativo desta última, o qual contrasta com a natureza dinâmica e evolutiva da agricultura. Além disto, como será visto mais adiante, os modelos de otimização que contém muitas relações não lineares fornecem soluções pouco confiáveis e, não raro, sem qualquer sentido para a análise de sistemas de produção. Ora, as formas como as atividades agropecuárias se desenvolvem e se combinam em uma unidade de produção apresentam muitas relações não lineares, como por exemplo, as relações entre plantas e animais (especialmente quando se trata do uso de pastagens) e o efeito de certas operações agrícolas sobre o rendimento das culturas. Tal tipo de relações deve, portanto, ser linearizada e, quando isto não for possível, representada por aproximações, devendo a sua expressão na forma não linear ser evitada ao máximo para assegurar a obtenção de soluções satisfatórias. Isto torna, como será discutido em detalhes no capítulo 2, a programação linear como o fundamento básico para a modelagem de sistemas de produção por meio da programação matemática.

Essas limitações da programação matemática, aliadas à generalizada resistência ao uso de métodos formais para a análise

de sistemas de produção, geram uma grande rejeição à mesma por parte de estudantes, técnicos e até mesmo pesquisadores. Mas, por mais que tal rejeição possa ser considerada infundada, não há como evitar certos questionamentos como: Qual a pertinência da programação matemática na análise de sistemas de produção agropecuária? Qual o significado dos resultados que ela nos fornece? O que é possível aprender com eles?

As respostas a questões como estas são, fundamentalmente, bastante simples. O fato é que a solução fornecida pela programação matemática de um modelo de sistema de produção agropecuária não representa um estado ótimo absoluto. Ao contrário, ela deve ser considerada como uma situação de referência indicativa de um certo padrão de comportamento do sistema. Por exemplo, a solução apresentada por um modelo de programação matemática não significa quantos hectares de cada cultura, qual a exata dimensão de um rebanho, quais os rendimentos mais adequados, etc., que devem ser desenvolvidos em uma unidade de produção agropecuária, mas sim fornece quais são as ordens de grandeza destas variáveis, as quais caracterizam um certo padrão de unidade de produção, representando não um estado ótimo qualquer, mas um conjunto de estados possíveis¹. E a análise de um sistema de produção à luz destes resultados consiste justamente em procurar explicar as relações entre tais ordens de grandeza e as condições representadas pelo modelo, considerando inclusive o grau de agregação dos seus coeficientes. E se um modelo fornece soluções inesperadas, ou mesmo absurdas, é importante analisar se tais soluções devem-se a erros "técnicos" cometidos durante sua formulação (como erros na estimativa de coeficientes ou na definição de restrições importantes) ou se elas são decorrentes de pressupostos errôneos do modelador quanto ao comportamento

¹ Isto é, um conjunto que representa um "atrator", conforme a Teoria da Complexidade.

esperado do sistema de produção. Neste sentido, a utilidade maior da programação matemática, é a facilidade com que ela pode ser usada para detectar contradições nos pressupostos que são assumidos, muitas vezes inconscientemente, sobre o funcionamento de um sistema de produção. Por esta razão ela pode ser uma poderosa ferramenta de aprendizagem, que se inicia na própria formulação do modelo, na medida em que esta exige que o conhecimento sobre as atividades seja suficientemente claro e organizado, e vai até a análise da solução obtida, a qual pode indicar contradições entre as possibilidades permitidas pelas condições especificadas no modelo e as nossas expectativas.

No entanto, para que os resultados fornecidos por um modelo de programação matemática possam ser interpretados da forma indicada no parágrafo anterior é necessário que a sua formulação tenha sido consistente com este propósito. Ao formularmos um modelo de programação matemática de um sistema de produção agropecuária, é preciso ter em mente que este se constitui em uma representação estática de uma realidade dinâmica e evolutiva. Assim, os coeficientes técnicos e econômicos utilizados no modelo devem representar os fluxos característicos da dinâmica da unidade de produção que pretendemos analisar, e não estados particulares, característicos de um ponto específico da sua trajetória. Isto nos impede, por exemplo, de utilizarmos diretamente dados provenientes de acompanhamentos técnicos, econômicos ou contábeis, relativos à anos específicos, para a estimativa dos coeficientes técnicos, na medida em que a elaboração de um modelo de sistema de produção por meio da programação matemática não pode representar uma situação específica da unidade de produção, mas sim uma situação típica, característica de um certo padrão em torno do qual os estados específicos observados a cada ano representam variações. Por exemplo, é pouco provável que possamos observar uma unidade de produção em que as categorias de animais que compõe um

rebanho bovino (terneiros, novilhas, vacas em lactação, vacas "secas", etc.) apresentem, ao longo do tempo, um número estável de cabeças, ou seja, que ao longo dos anos, por exemplo, o número de vacas em lactação seja o mesmo. Isto resulta em variações consideráveis do resultado econômico proporcionado pela atividade leiteira, os quais não podem ser imputados estritamente às características técnicas da mesma. O mesmo pode-se afirmar em relação aos rendimentos das culturas e aos preços, que a cada ano apresentam variações conjunturais. Também em relação à infraestrutura e aos equipamentos, é comum a existência de construções, máquinas e implementos que não são estritamente necessários ao funcionamento das unidades de produção, mas que nela ainda se encontram por razões históricas. Este tipo de dado, que é o que diretamente pode ser observado nas unidades de produção, devem ser devidamente transformados em representações de fluxos estáveis para que possam ser utilizados na elaboração de coeficientes de programação matemática.

Evidentemente a representação de fluxos², referentes a padrões de comportamento, os quais não são diretamente observáveis, ao invés de estados específicos observáveis torna os modelos mais abstratos e mais distantes dos dados originais a partir dos quais são estimados os coeficientes. Porém, neste ponto é oportuno salientar que as condições representadas por um modelo de programação sempre apresentam limitações quanto a sua fidelidade em relação as reais condições da unidade de produção. Isto porque formular um modelo é justamente eleger quais aspectos da realidade são considerados os mais relevantes para a solução de um problema. Assim, as limitações dos modelos matemáticos quanto à sua fidelidade na representação da

² No sentido explicado no parágrafo anterior, na medida em que na programação matemática não são utilizadas equações diferenciais, que é a forma matematicamente mais precisa de formalizar fluxos.

realidade são inerentes ao processo de modelagem. O que torna um modelo interessante é a sua utilidade em servir para distinguir o que é essencial do que é supérfluo. Portanto, negligenciar este aspecto e exigir que um modelo seja mais representativo simplesmente pela introdução de relações não lineares e desagregação de coeficientes constitui-se em uma estratégia de modelagem de eficiência duvidosa. Nossa experiência, tanto na pesquisa como na extensão, indica que a representatividade de um modelo matemático, seja ela entendida como a sua capacidade em fornecer resultados convergentes com dados observados, seja ela entendida como a amplitude de aspectos da unidade de produção que o modelo considera em sua formulação, não reflete, necessariamente, a sua qualidade. O que reflete a qualidade de um modelo matemático é o aprendizado que ele pode nos proporcionar. Em outras palavras a relevância de um modelo é mais importante do que a sua representatividade. Neste sentido, modelos pouco representativos, que negligenciam explicitamente certas características do problema para se concentrar nos seus aspectos mais importantes, podem evidenciar soluções de forma muito mais clara e eficiente, proporcionando assim maior conhecimento, do que modelos mais representativos³.

Outro aspecto importante da modelagem de sistemas de produção por meio da programação matemática diz respeito à agregação dos coeficientes. Os valores de um coeficiente são mais estáveis quanto menor for o seu grau de agregação. Por exemplo, um coeficiente que expressa o valor do rendimento físico de uma cultura pode ser obtido a partir de vários outros que expressam, por exemplo, as condições de fertilidade do solo, a insolação incidente sobre as plantas e a umidade do solo (supondo-se

³ Em outras palavras, o que propomos é uma utilização mais "qualitativa" da programação matemática na modelagem de sistemas de produção, em um sentido que se aproxima do proposto por Henri Poincaré para o estudo de sistemas complexos, conforme discutido, por exemplo, por Prigogine (1997).

evidentemente que as relações entre estes fatores na determinação do rendimento possam ser adequadamente formuladas). Assim, a variabilidade do rendimento de uma cultura é a expressão da variabilidade de cada um dos seus componentes (fertilidade, insolação, umidade, etc.). Assim, a consideração dos componentes do rendimento no lugar de valores médios de rendimento traz muito mais informações sobre as condições em que um determinado resultado econômico pode ser obtido. Porém, em uma unidade de produção, parece haver um limite de agregação dos coeficientes técnicos que descreve suas atividades, abaixo do qual o que se poderia ganhar em precisão pelo isolamento de relações é menor do que o que se perde pela diminuição da precisão das medidas e, muitas vezes, pela incerteza gerada pela falta de um conhecimento adequado para a formalização das relações entre os coeficientes desagregados. Seguindo o exemplo acima, é muito mais fácil medir o rendimento físico de uma cultura do que medir o nível de adubação e os graus de insolação e de umidade responsáveis por tal rendimento, assim como elaborar submodelos adequados para formular as relações entre esses coeficientes. Neste sentido, a programação matemática parece pouco propícia para analisar questões específicas à determinadas culturas ou criações, especialmente aquelas relacionadas a composição dos rendimentos físicos, sendo, a nosso ver, mais apta à análise de questões que se colocam no plano do sistema de produção propriamente dito (combinação de atividades, padrão tecnológico, consideração da incerteza, etc.), as quais podem ser estudadas a partir de coeficientes agregados a níveis relativamente altos, em geral semelhantes aos utilizados para se observar as atividades em condições de campo, por meio de entrevistas junto aos agricultores. Evidentemente que, neste caso, as incertezas geradas pela variabilidade dos coeficientes técnicos não podem ser negligenciadas na interpretação dos resultados.

O nível de agregação dos dados empregados na programação linear a tornam especialmente apropriada para o planejamento das atividades na unidade de produção. Mas é importante salientar que planejar não implica em prever com exatidão o que ocorrerá no futuro. O que fazemos no processo de planejamento é estabelecer uma base para a tomada de decisões estratégicas, como, por exemplo, qual área dedicar a cada cultura, qual padrão tecnológico será adotado (e os meios de produção que ele implica), qual a dimensão básica do rebanho de animais, etc. Porém, é necessário ter consciência que o que ocorre efetivamente ao longo do desenvolvimento das culturas e das criações muito raramente coincide perfeitamente com o que foi planejado. Portanto, o planejamento não elimina a necessidade de uma gestão das atividades, de forma que as decisões estratégicas tomadas no planejamento possam ser adaptadas ao longo dos ciclos de produção. Isto torna claro que, planejamento e gestão são dois processos que, embora distintos, são indissociáveis, observando que a gestão sempre é feita a partir de certo planejamento, tenha sido este realizado de forma explícita ou apenas esteja presente de forma tácita no processo decisório. A possibilidade de realizar um planejamento formulado de forma explícita e racional é, portanto, uma contribuição importante que a programação linear pode proporcionar à melhoria do funcionamento da unidade de produção.

Enfim, a discussão realizada acima nos leva a propor uma estratégia de aplicação da programação matemática à modelagem de sistemas de produção agropecuária concebida dentro de um processo de aprendizado, por meio de formulações progressivas de modelos facilmente manipuláveis, em relação a uma estratégia na qual se privilegiaria a formulação de modelos pretensamente completos.

1

SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A abordagem sistêmica tem sido frequentemente utilizada para a análise dos problemas da agricultura. Assim, a noção de sistema de produção vem se generalizando como uma forma de analisar e planejar unidades de produção sem que se perca de vista as limitações de recursos que condicionam as suas atividades, assim como as múltiplas relações que estas mantêm entre si.

O uso de ferramentas matemáticas na abordagem sistêmica de unidades de produção agropecuária permite que se teste a coerência da sua estrutura e do seu funcionamento de forma metódica e rigorosa. Neste sentido destacam-se os métodos de otimização os quais, ao indicar como utilizar os recursos disponíveis da forma economicamente mais vantajosa, atribuem um sentido prospectivo à análise.

Nesta disciplina a análise de sistemas de produção será realizada por meio de métodos de programação linear e não linear. Porém antes de iniciar o estudo destes métodos convém aprofundarmos algumas noções relacionadas à análise de sistemas de produção.

A UNIDADE DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA VISTA COMO UM SISTEMA

Uma unidade de produção agropecuária pode ser interpretada como um conjunto de recursos mobilizados para a obtenção de um resultado econômico por meio do desenvolvimento de atividades agropecuárias. Tais atividades, além de competir, em menor ou maior grau, por recursos, podem

ser complementares ou suplementares entre si. A ênfase na consideração das limitações de recursos e na definição precisa das diversas relações que as atividades de uma unidade de produção mantêm entre si é o que caracteriza a noção de sistema de produção.

Uma das noções relacionadas à aplicação de ferramentas matemáticas na abordagem sistêmica de unidades de produção agropecuária que muitas vezes gera problemas é a noção de "atividade". Como se sabe, de maneira geral a matemática não lida diretamente com "conteúdos", mas apenas com quantidades e símbolos (normalmente usados quando não sabemos, ou não queremos, atribuir uma quantidade definida a uma variável). Por exemplo, de um ponto de vista matemático, a variável "cultura da soja" não tem relação com qualquer espécie de planta, mas sim com um conjunto de "números" (quantidades) que definem o que é uma cultura de soja. Tais quantidades podem ser insumos, horas de equipamentos, instalações, rendimento físico, preço, etc., os quais, quantificados monetariamente determinam um certo resultado econômico, dada uma certa quantidade de recursos disponíveis. Assim é comum que, em uma unidade de produção especializada na cultura da soja, possuir várias atividades "cultura da soja", segundo a época de plantio, variedade, a quantidade de insumos, enfim, tudo o que pode ocasionar um resultado econômico distinto de outras atividades "cultura da soja".

MODELAGEM E ANÁLISE DA COMBINAÇÃO DE ATIVIDADES EM UM SISTEMA DE PRODUÇÃO

A modelagem de combinação de atividades em sistemas de produção pode ser efetuada de várias formas. Uma das formas mais simples é a sua representação em um gráfico em duas dimensões, tomando-se como variável independente o recurso

considerado mais limitante e o resultado econômico como variável dependente.

Considerando-se A e B como atividades (culturas ou criações) que devem compor um sistema de produção (supondo que não há necessidade de capital fixo), a combinação entre A e B pode ser representada graficamente como mostra a figura 1.

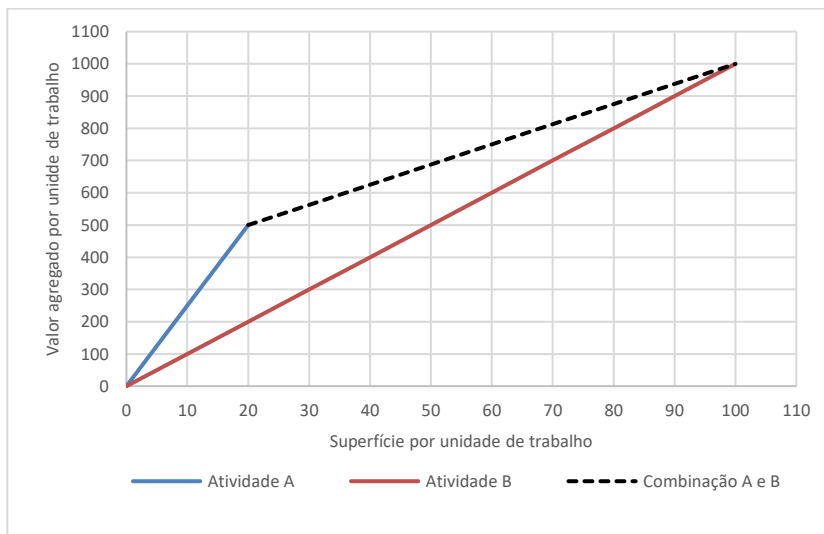


Figura 1: Combinação das atividades A e B.

$VA A = 25 \cdot SAU$; $SAU \text{ máxima}/UT = 20$ hectares

$VA B = 10 \cdot SAU$; $SAU \text{ máxima}/UT = 100$ hectares

Supondo que o agricultor dispõe de uma unidade de trabalho (1 UT), como calcular a quantidade de A (atividade mais intensiva) e B (atividade mais extensiva) que maximiza o resultado econômico?

Em primeiro lugar note que se o agricultor dispuser de uma SAU de até 20 hectares, ele deve se dedicar totalmente à atividade A, a qual lhe proporcionaria o maior valor agregado. Pelo mesmo motivo, se ele dispõe de 100 hectares ou mais, ele deve se dedicar à atividade B (a qual ele iria praticar sobre 100 hectares, que é o

máximo que sua mão-de-obra lhe permite, mesmo se ele dispusesse de mais área).

Porém, e se ele dispor de, por exemplo, 30 hectares?

Existem várias formas de solucionar este problema:

Uma delas, bastante usada no passado, é por aproximações sucessivas, como no exemplo mostrado na tabela 1.

Tabela 1: Dados de um sistema de produção

Área de A	Área de B	Valor Agr./UT	Área total	Sobra de área
20	0	500	20	10
19	5	525	24	6
18	10	550	28	2
17,5	12,5	562,5	30	0

Fonte: Elaborado pelos autores.

O procedimento adotado foi o seguinte:

- 1) inicia-se pela atividade intensiva, com sua área máxima;
- 2) se sobrar área, diminui-se uma unidade (ou menos) de área da atividade intensiva. Isto faz com que uma certa quantidade de mão-de-obra seja liberada (no nosso exemplo, a mão-de-obra necessária para fazer um hectare de A, pode fazer cinco hectares de B), permitindo fazer uma certa área da atividade extensiva;
- 3) repete-se o passo 2 até que toda a área seja utilizada.

No nosso exemplo, sobre 30 hectares o agricultor deveria fazer 17,5 ha de A e 12,5 de B, obtendo assim o maior valor agregado (R\$ 562,50). Este exemplo é ilustrado na figura 2.

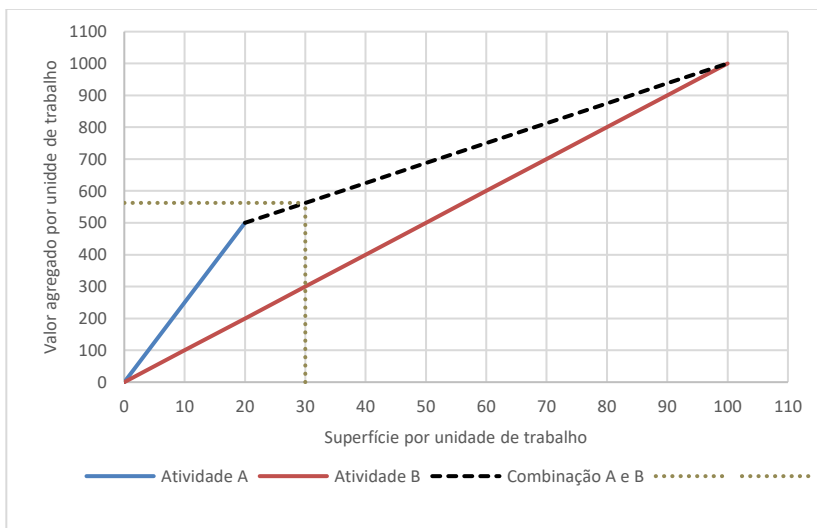


Figura 2: Combinação de duas atividades em função da área.

Fonte: elaborado pelos autores

Outra forma de solucionar este problema seria através do gráfico mostrado na figura 3.

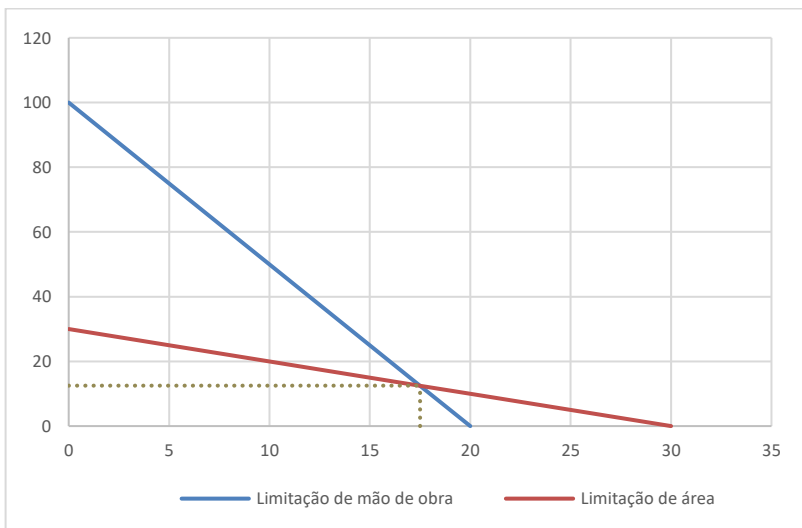


Figura 3: Solução gráfica do problema da combinação ótima de duas atividades.

Fonte: elaborado pelos autores

Basicamente, a programação linear (e numa certa medida, também a programação não linear) é uma combinação dos métodos descritos acima. Um dos procedimentos mais utilizados (denominado método simplex) consiste em calcular as combinações apenas nos vértices do poliedro das soluções admissíveis que, no caso da figura 3, corresponde à origem, a intersecção das retas relativas às restrições com as coordenadas e à intersecção das duas retas relativas às restrições. O ponto em que o resultado econômico é maior (neste caso o da intersecção entre as retas relativas às restrições) corresponde ao ótimo.

2

FUNDAMENTOS DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Durante a Segunda Grande Guerra, o governo norte-americano (por meio da RAND Corporation) demandou a um conjunto de pesquisadores que desenvolvessem métodos matemáticos para a solução de problemas de logística militar. Um dos primeiros métodos a ser desenvolvidos foi a programação linear, cuja utilidade para aplicações "civis" logo ficou evidente (ANDRADE, 1990).

Basicamente, a PL consiste em um método para a solução de problemas estáticos e lineares de otimização sob restrições. Em outras palavras, sempre que for possível formular um problema como um conjunto de variáveis cujos valores se deseje maximizar (ou minimizar) relacionadas a um outro conjunto de recursos disponíveis, por meio de expressões matemáticas lineares, pode-se obter a sua solução pela PL.

No caso de uma unidade de produção, por exemplo, pode-se considerar a possibilidade de maximizar a soma de uma medida linear do resultado econômico (margem bruta, por exemplo) de diferentes atividades sujeitas a restrições de área, mão-de-obra e equipamentos.

Enfim, é importante salientar que a PM é um instrumento de análise tipicamente de médio e longo prazo da unidade de produção, devendo ser utilizada mais para o seu planejamento estratégico do que para a sua gestão cotidiana. Isto porque restrições como as de rotação de culturas, e variáveis como a dimensão de um rebanho leiteiro ou as relacionadas à definição de sistemas forrageiros não podem ser adequadamente

analisadas pensando-se apenas no curto prazo, como será visto nas próximas seções.

A PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL) E NÃO LINEAR

Muitas das relações entre as atividades presentes em uma unidade de produção agropecuária são não lineares. A otimização do capital fixo, a otimização considerando o risco por meio da minimização da variância dos resultados econômicos, a consideração das relações entre o crescimento de pastagens e o seu consumo pelos animais, a relação entre diferentes culturas que se sucedem sobre uma parcela, são exemplos, entre muitos outros, de relações não lineares entre atividades relacionadas à produção agropecuária. Além disto, de uma maneira geral, quanto mais desagregado for um modelo de programação, ou seja, quanto mais detalhadamente forem consideradas as atividades, maior será a necessidade de recorrer a relações não lineares para a sua formulação. A formulação de modelos de unidades de produção por meio de relações lineares implica, portanto, em uma considerável simplificação da sua realidade.

Por outro lado, a ausência de preocupação em limitar a formulação de relações não lineares na representação de unidades de produção por meio da programação matemática leva rapidamente à obtenção de modelos computacionalmente insolúveis ou com soluções extremamente instáveis. Neste sentido, quanto a aplicação da programação não linear na modelagem de unidades de produção agropecuária se mostrar imprescindível, ela deve ser realizada por meio da inclusão de um número limitado de relações não lineares em modelos que devem ser, essencialmente, de programação linear.

Por este motivo a breve discussão dos fundamentos e, mais adiante, da aplicação da programação matemática aqui efetuada é baseada na programação linear. Além disto, como será visto

posteriormente, a programação não linear discutida neste livro se restringe à introdução de variáveis em números inteiros ou binários, a qual apresenta aplicações importantes na modelagem de sistemas de produção agropecuária.

FORMULAÇÃO BÁSICA DE UM PROBLEMA DE PL

Um problema de PL de forma genérica pode ser formulado da seguinte maneira (PUCCINI; PIZZOLATO, 1987):

Maximizar a "função objetivo" $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

Sujeito às restrições

$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n \leq b_1$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n \leq b_2$$

...

$$a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \leq b_m$$

onde

x_n = atividade n

c_n = resultado econômico por unidade da atividade n

a_n = necessidades de recursos por unidade da atividades n

b_m = recurso disponível m

ou,

Maximizar $\sum c_n x_n$

sujeito às restrições

$$\sum a_{nm} x_n \leq b_m$$

ou, em notação matricial,

Maximizar $c x$

Sujeito à

$$Ax \leq b$$

onde

x = vetor coluna do nível das atividades

c = vetor linha dos resultados econômicos das atividades

A = matriz de coeficientes técnicos

b = vetor coluna dos recursos disponíveis

SOLUÇÃO GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PL

Um problema de PL, com duas atividades e duas restrições pode ser resolvido graficamente (CHIANG, 1982, HOFFMANN e outros, 1978). Por exemplo:

Um agricultor está planejando plantar soja e/ou milho em sua unidade de produção. A cultura da soja lhe rende uma margem bruta de R\$ 1.200,00/ha e a do milho R\$ 800,00/ha. Ele dispõe de 50 hectares de SAU e de 800 horas de trabalho. Sabendo que a cultura da soja exige 20 horas/ha de trabalho e a do milho 10 horas/ha, a solução gráfica deste problema é mostrada na figura 4.

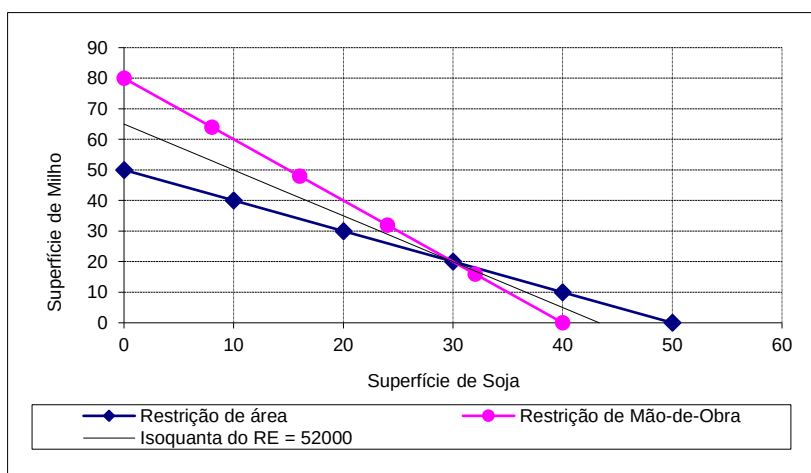


Figura 4: Solução gráfica de um problema de PL

Fonte: elaborado pelos autores

Assim, pelo gráfico pode-se observar que,

- a área máxima de milho que poderia ser cultivada com a mão de obra disponível seria de 80 hectares (ou seja $800/10$);

- no caso da cultura da soja, a área máxima que poderia ser cultivada com a mão de obra disponível seria de 40 hectares (ou seja, $800/20$);

- a área máxima das duas culturas que poderia ser cultivada com a área disponível seria, evidentemente, 50 (de uma cultura ou de outra);

- todas as combinações que se encontram dentro dos limites do polígono formado pelas restrições e o ponto de origem são possíveis de serem efetuadas com os recursos disponíveis (soluções admissíveis);

- as combinações que utilizam totalmente um ou mais dos recursos disponíveis encontram-se sobre a linha da restrição ativa (mais próxima da origem);

- a combinação ótima corresponde a um dos vértices do polígono formado pelas restrições e os eixos do gráfico.

- a combinação ótima é o ponto em que a isoquanta do resultado econômico (isto é, a reta que proporciona o mesmo resultado econômico) tangencia o polígono das soluções admissíveis, a qual, neste caso corresponde à intersecção entre as retas das restrições de área e mão de obra.

Solução de problemas de PL em planilhas eletrônicas

Para problemas de pequena dimensão (máximo de algumas dezenas de variáveis e restrições) é possível empregar planilhas eletrônicas para a solução de problemas de programação linear. Tanto no Microsoft Excel quanto no LibreOffice Calc, o comando empregado é denominado de “Solver” (embora o procedimento para a formulação dos problemas seja ligeiramente diferente).

O modelo do problema anterior, formulado em uma planilha, é mostrado na tabela 2.

Tabela 2: Modelo formulado em uma planilha eletrônica.

	A	B	C	D	E
4		Soja	Milho	Total	Disponibilidade
5	Margem bruta (R\$)	$1200 \cdot B6$	$700 \cdot C6$	$=B5+C5$	
6	Área (ha)	1	1	$=B6+C6$	50
7	Trabalho (horas/ha)	$=20 \cdot B6$	$=10 \cdot C6$	$=B7+C7$	800

Fonte: Elaborado pelos autores.

No comando Solver, maximizando a margem bruta total (célula D5), selecionando como células variáveis as áreas de soja e de milho (células B6 e C6), e definindo as restrições de área (D6 <= E6) e trabalho (D7 <= E7), obtemos os resultados mostrados na tabela 3.

Tabela 3: Resultados obtidos pela planilha eletrônica

	A	B	C	D	E
4		Soja	Milho	Total	Disponibilidade
5	Margem bruta (R\$)	36000	16000	52000	
6	Área (ha)	30	20	50	50
7	Trabalho (horas/ha)	600	200	800	800

Fonte: Elaborado pelos autores.

EXERCÍCIO

Um agricultor deseja formular uma ração para um lote de 100 suínos em fase de terminação de forma a minimizar o custo da alimentação. Os custos e os teores de energia e de proteína são mostrados na tabela 4. Considerando uma ingestão máxima de 400 kg de matéria seca por lote, assim como a exigência de 1.000 Mcal de energia e de 50 kg de proteína bruta por lote, obtenha a solução do problema por meio de uma planilha eletrônica.

Tabela 4: Custo por kg dos alimentos

	Soja	Milho
Custo (R\$/kg)	0,6	0,3
Energia (Mcal/kg)	2,5	3,3
Proteína (PB/kg)	0,44	0,08

Fonte: Elaborado pelos autores.

Solução:

A formulação do problema em uma planilha eletrônica é mostrada na tabela 5.

Tabela 5: Formulação do problema com valores iniciais de ingestão.

	A	B	C	D	E
4		Soja	Milho	Total	Restrições
5	Custo	=B8*0,6	=C8*0,3	=B5+C5	
6	Energia	=B8*2,5	=C8*3,3	=B6+C6	1000
7	Proteína	=B8*0,44	=C8*0,08	=B7+C7	50
8	Ingestão (kg MS)	=1	=1	=B8+C8	400

Fonte: Elaborado pelos autores.

No comando Solver, minimizando o custo total (célula D5), selecionando como células variáveis a ingestão de soja e de milho (células B8 e C8) e definindo as restrições de energia ($D6 \geq E6$), de proteína ($D7 \geq E7$) e de ingestão ($D8 \leq E8$), obtemos os resultados mostrados na tabela 6.

Tabela 6: Resultados obtidos com a planilha eletrônica

	Soja	Milho	Total	Restrições
Custo	40,73482	75,47923	116,2141	
Energia	169,7284	830,2716	1000	1000
Proteína	29,8722	20,1278	50	50
Ingestão (kg MS - células variáveis)	67,89137	251,5974	319,4888	400
% custo	21,25%	78,75%		

Fonte: Elaborado pelos autores.

INTERPRETAÇÃO ECONÔMICA DA PL

A maneira como usualmente os problemas de PL são formulados (resultados econômicos na função objetivo e restrições relativas aos recursos disponíveis) é denominada problema primal. A maioria dos pacotes computacionais de programação matemática, além do nível ótimo das atividades, também fornece na solução o custo marginal de substituição das atividades que não integram a base ótima obtida. Assim, quando uma solução aponta que uma atividade não é interessante

economicamente de ser praticada, o programa indica o quanto que a introdução (forçada) de uma unidade desta atividade na solução provocaria de queda no resultado da função objetivo.

De acordo com formulação utilizada por Puccini; Pizzolato (1987), a todo problema de PL, denominado problema primal, a saber,

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ &\text{Sujeito às restrições} \\ &a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n \leq b_1 \\ &a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n \leq b_2 \\ &\dots \\ &a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \leq b_m \end{aligned}$$

pode-se obter outro problema, denominado problema dual, ou seja,

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } D = b_1y_1 + b_2y_2 + \dots + b_my_m \\ &\text{Sujeito às restrições} \\ &a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1m}y_m \geq c_1 \\ &a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{2m}y_m \geq c_2 \\ &\dots \\ &a_{n1}y_1 + a_{n2}y_2 + \dots + a_{nm}y_m \geq c_n \end{aligned}$$

Assim, a transformação de um problema em sua forma primal para a forma dual tem as seguintes características:

- a) se a função objetivo do primal é de maximização, a do dual é de minimização (e vice-versa);
- b) se as restrições do primal são do tipo $<$ as do dual são do tipo $>$ (e vice-versa);
- c) os coeficientes dos recursos disponíveis (restrições) do primal são os coeficientes da função objetivo do dual;
- d) os coeficientes da função objetivo do primal são os coeficientes das restrições do dual;
- e) o número de restrições do primal é igual ao número de variáveis do dual;
- f) o número de variáveis do primal é igual ao número de restrições do dual.

e) os resultados totais das funções objetivo do dual e do primal têm o mesmo valor.

A solução do problema dual, além de apresentar algumas vantagens computacionais (economia de memória), também possui uma interpretação econômica importante. Assim, enquanto que os valores das variáveis da solução do problema primal correspondem ao nível ótimo das atividades, o valor das variáveis da solução dual fornece a produtividade marginal dos recursos disponíveis. Em outras palavras, a solução do problema dual fornece o quanto aumentaria o resultado da função objetivo se houvesse a disponibilidade de uma unidade a mais do recurso em questão (correspondente a uma restrição do problema primal). Por exemplo, dado o problema primal,

Maximizar RE = 320 soja + 400 milho

Sujeito às restrições

área) soja + milho $\geq$ 50

trabalho) 15 soja + 20 milho $\geq$ 850

A solução do problema primal é

FO = 17.600

soja = 30

milho = 20

O problema dual é

Minimizar RE = 50 terra + 850 trabalho

Sujeito às restrições

soja) erra + 15 trabalho $\geq$ 320

milho) terra + 20 trabalho $\geq$ 400

A solução do problema dual é

FO = 17.600

terra = 80

trabalho = 16

Ou seja, para obter o resultado econômico máximo de R\$ 17.600, deve-se plantar 30 hectares de soja e 20 de milho. Nestas condições, se houvesse um hectare a mais de terra disponível (51 hectares ao invés de 50), o resultado econômico aumentaria em

R\$ 80,00 e, se houvesse uma hora a mais de trabalho disponível (851 hectares ao invés de 850), o resultado econômico aumentaria em R\$ 16,00.

Vamos supor agora que o agricultor possui também a cultura do girassol como alternativa, sendo que esta cultura lhe proporcionaria R\$ 500,00/ha de resultado econômico, exigindo 50 horas de trabalho/ha. Neste caso, a solução ótima não se alteraria, como mostrado na tabela 7. Neste caso, o custo marginal de substituição do girassol é de R\$ 380,00/ha. Isto pode ser demonstrado considerando que o agricultor plantasse assim mesmo um hectare de girassol.

Tabela 7: Solução ótima

	Soja	Milho	Girassol	Total	Disponibilidade
Margem bruta	9600	8000	0	17600	
Área (ha)	30	20	0	50	50
Trabalho (horas/ha)	450	400	0	850	850

Fonte: Elaborado pelos autores.

O novo sistema de produção obtido é mostrado na tabela 8, a qual mostra que o resultado econômico agora é inferior ao anterior, devido ao custo marginal de substituição do girassol.

Tabela 8: Solução impondo um hectare de girassol

	Soja	Milho	Girassol	Total	Disponibilidade
Margem bruta	11520	5200	500	17220	
Área (ha)	36	13	1	50	50
Trabalho (horas/ha)	540	260	50	850	850

Fonte: Elaborado pelos autores.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A maioria dos pacotes computacionais de programação linear possibilita a realização da análise da sensibilidade da solução dos problemas a variações dos valores dos coeficientes. Assim, pode-

se observar se à quais coeficientes o problema é mais sensível, ou seja, quais coeficientes cujas variações, que alterariam a base ótima, apresentam os intervalos mais estreitos. Esta análise é muitas vezes bastante útil na fase de formulação de um problema, na medida em que os coeficientes aos quais o problema se mostra muito sensível podem então ser apurados de forma mais precisa. Muitos autores afirmam que problemas de PL que apresentam alta sensibilidade à variação de certos coeficientes são problemas "mal formulados", devido à incerteza que isto pode atribuir as soluções. Tal afirmação, no entanto, pode ser errônea. No caso de sistemas de produção agropecuária, a própria natureza do mesmo pode fazer com que sua sensibilidade seja alta em relação a variações do seu contexto. Isto explicaria, por exemplo, porque muitas vezes observamos unidades de produção com combinações de atividades muito diferentes sob condições semelhantes. É interessante observar que problemas com alta sensibilidade a variações dos seus coeficientes podem apresentar uma grande estabilidade quanto ao seu resultado econômico, o qual pode apresentar pouca variação em relação a variações do seu contexto. Esta característica também ajuda a explicar o porquê da grande variabilidade das combinações de atividades das unidades de produção, sob semelhantes condições.

A influência da alteração da disponibilidade de um recurso externo sobre a solução de um problema de programação, ao longo de um intervalo suficientemente grande para abranger todas as soluções possíveis, é denominada de parametragem ou análise paramétrica da solução em relação ao recurso em questão. Nesta análise é importante observarmos as combinações de atividades que formam as diferentes bases ótimas do problema, especialmente, os pontos de mudança de base, isto é, quais as quantidades do recurso parametrizado em que ocorre uma mudança na combinação das atividades do sistema de produção.

A parametragem permite, assim, que se analise o comportamento da "matriz produtiva" de uma unidade de produção em condições mais gerais do que as observadas originalmente. Tal análise pode ser interessante, por exemplo, em estudos de cunho regional.

É interessante observar que nas proximidades dos pontos de mudança de base a solução do problema se mostrará "sensível" à variação de vários coeficientes (inclusive, obviamente, ao que define a disponibilidade do recurso parametrizado). Assim, um problema de programação matemática pode se mostrar sensível em certos valores de disponibilidade de recursos e mais "robusto" em outros, o que torna ainda mais obscura a noção que associa a alta sensibilidade de uma solução à "má" formulação de um problema.

REQUISITOS PARA A APLICAÇÃO DA PL

Como seu próprio nome indica, para que possamos formular um problema de PL, este tem que conter exclusivamente relações lineares. Estas relações se traduzem em alguns requisitos (ou limitações) que devem ser respeitados, os quais, didaticamente, são divididos em:

a) Divisibilidade: os valores das variáveis dependentes (ou seja, daquelas cujos valores inicialmente são desconhecidos e compõem a solução do problema) podem ser números fracionários. Em geral, esta limitação não é muito séria, podendo ser adotados valores aproximados quando a adoção de números fracionários for absurda (criar 3,8 vacas, por exemplo).

b) Proporcionalidade: as atividades devem ser linearmente proporcionais à escala de produção. Por exemplo, o resultado econômico de cinco hectares de uma cultura deve ser exatamente cinco vezes maior do que o de um hectare desta cultura. Isto pode

parecer obvio mas, de maneira geral, quando um resultado econômico inclui despesas fixas (não proporcionais à escala) em seu cálculo, esta linearidade não é observada. Assim, medidas de resultado econômico como a renda agrícola e o valor agregado não podem ser utilizados na PL. No lugar destas medidas, pode-se utilizar a margem bruta e o valor agregado bruto, respectivamente, porém, assumindo-se de que a solução do problema não afetará a composição das despesas fixas.

c) Aditividade: as atividades de um modelo de PL devem ser totalmente independentes, isto é, não pode haver interações entre elas que afetem a linearidade das suas relações. Sempre que houver interações entre variáveis, pode-se considerá-las como atividades diferentes. Por exemplo, se uma cultura em rotação com outra apresenta um rendimento físico maior, deve-se modelar esta cultura em duas atividades: na presença e na ausência da outra cultura (outra forma de modelá-la é impor que esta cultura só seja cultivada em rotação com a outra).

MEDIDAS DE RESULTADO ECONÔMICO NA PL

Muitas formas de medir o resultado econômico de uma unidade de produção não são lineares em relação à escala. Tais medidas incluem cálculos relativos ao capital fixo (depreciações de máquinas e equipamentos) ou outros tipos de gastos não proporcionais, os quais, fazem com que o retorno econômico das atividades por unidade de área (ou outro fator de produção como a mão-de-obra) não seja constante. Assim, medidas como a renda, o valor agregado e o lucro não podem ser utilizados diretamente na função objetivo de problemas de programação linear. No lugar dessas medidas deve-se utilizar aquelas que incluem apenas a parte proporcional a escala no cálculo, tais como a margem bruta e o valor agregado bruto. Isso implica em assumir os gastos não proporcionais e, portanto, a estrutura da unidade de produção

correspondente, como dados, ou seja, que tais gastos não serão otimizados. De uma maneira geral, não há a necessidade de se utilizar medidas de resultado pré-estabelecidas (margem bruta, valor agregado bruto), podendo-se calcular apenas a margem de contribuição relativa as atividades que serão otimizadas, desde que tal margem seja linear em relação à escala (constante em relação à área, por exemplo).

Outro aspecto importante no cálculo do resultado econômico em problemas de PL diz respeito aos preços. Dado que a estruturação de um sistema de produção pode levar vários anos, em geral, a PL é mais útil para a análise de unidades de produção no médio e longo prazo. Por isso os preços considerados no cálculo dos resultados econômicos de um problema de PL devem refletir as tendências de médio ou longo prazo e não apenas o estado da oferta e da procura do momento. Além disso, os preços devem também ser considerados levando-se em conta o próprio processo de decisão do agricultor. Assim, na formulação de problemas de programação deve-se definir os preços "normais" dos produtos e insumos, ou seja, aqueles preços que, sendo considerados como valores tendenciais de médio e longo prazo, o agricultor se baseia para tomar suas decisões sobre os tipos e as doses de insumos a serem aplicados nas atividades. Enfim, é importante salientar que embora o preço normal seja uma medida de tendência central, ele não necessariamente (e talvez raramente) corresponde a uma medida estatística deste tipo (média, mediana e moda).

FUNDAMENTOS DA FORMULAÇÃO DE MODELOS NO PROGRAMA LPSOLVE

O Lpsolve é um software específico para a formulação de modelos de programação linear, em números inteiros ou mista (software livre que pode ser copiado pela Internet na página:

<https://sourceforge.net/projects/lpsolve/>).

O Lpsolve permite a formulação de problemas na forma algébrica, podendo ser empregadas várias linguagens (além da linguagem própria do programa). Neste livro utilizaremos a linguagem LINDO, devido a sua simplicidade (no Lpsolve selecionar XLI_LINDO v10). É interessante salientar que, pelo fato de empregar uma linguagem quase natural, a formulação de modelos no Lpsolve pode ser aprendida facilmente por meio de exemplos. Por esta razão, descrevemos abaixo apenas os comandos mais importantes.

Além dos comandos e sub comandos presentes no “menu” comumente encontrados em programas que funcionam por meio do Microsoft Windows (como File/Save, /Save as, por exemplo), o comando e sub comando específico mais importantes é o Action/Solve, que fornece a solução do problema. O Lpsolve também possui comandos que são digitados diretamente no programa, cujas palavras não podem ser utilizadas para denominar variáveis ou restrições. Os mais utilizados são:

min = indica que a expressão seguinte deve ser minimizada (função objetivo)

max = indica que a expressão seguinte deve ser maximizada (função objetivo)

subject to (ou st) = indica que as expressões que seguem abaixo são restrições

end = fim do modelo

title = indica que a expressão seguinte é o título do modelo

gin = define variável em número inteiro (especificada colocando este comando antes do nome da variável após o comando end)

int = define variável binária (valor 0 ou 1, usado da mesma forma que o comando gin)

free = define variável que pode assumir valor negativo (usado da mesma forma que o comando gin)

EXERCÍCIO

Na tabela 9 estão apresentadas as alternativas, e suas características, que um agricultor dispõe para plantar em uma área de 50 hectares, com uma disponibilidade de mão-de-obra de 208 horas mensais.

Tabela 9: Atividades que o agricultor dispõe como alternativas

	Soja	Milho	Trigo	Canola
Margem bruta/ha	960	1200	200	160
Necessidade de Trabalho em Outubro (h/ha)		5		
Necessidade de Trabalho em Novembro (h/ha)	5			
Necessidade de Trabalho em Abril (h/ha)	3	5		
Necessidade de Trabalho em Maio (h/ha)			4	5
Necessidade de Trabalho em Setembro (h/ha)			5	9

Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerando que uma gramínea deve ser sucedida por uma "folha larga" na mesma parcela ao longo do ano, formule um programa linear no programa Lpsolve e,¹

a) indique qual a área de cada atividade para que o agricultor maximize a margem bruta a ser obtida;

Resposta: Para maximizar a margem bruta, que seria de R\$ 57.224,44, o agricultor teria que realizar o cultivo de 26,88 hectares de soja; 23,11 hectares de milho e 23,11 hectares de canola.

b) faça a análise do custo marginal de substituição das atividades e da produtividade marginal dos recursos obtidos na solução do problema, explicando o significado destes resultados em termos de possíveis modificações no sistema de produção;

Resposta: O custo marginal de substituição das culturas de soja, milho e canola são nulos, pois elas se encontram na base ótima. No caso do trigo cada hectare cultivado provocaria uma

¹ A solução dos problemas descritos neste livro pode ser obtida por meio dos modelos disponíveis em <https://model-spa.yolasite.com/>

redução de R\$ 22,22 na função objetivo. A produtividade marginal da área de verão é de R\$ 960,00 para cada hectare implantado, o mês de setembro é o único no qual o agricultor utiliza toda a mão-de-obra disponível e a produtividade marginal do trabalho neste mês é de R\$ 44,44. Estes resultados são acessados pelos comandos Result/Sensitivity/Duals.

c) faça a análise de sensibilidade da solução à variação dos resultados econômicos das culturas;

Resposta: Uma margem bruta da cultura da soja superior à R\$ 1.000,00/ha, de milho inferior à R\$ 1.160,00/ha, de trigo superior à R\$ 222,22/ha e de canola inferior à R\$ 120,00/ha provocariam uma mudança no resultado econômico total. Estes resultados são acessados pelos comandos Result/Sensitivity/Objective.

d) faça a parametrização dos resultados variando a disponibilidade de área, indicando as combinações de atividades nos intervalos em que o resultado econômico varia linearmente e os pontos de mudança da base ótima;

Resposta: O resultado da parametrização da margem bruta em função da superfície agrícola útil é mostrado na figura 5. Inicialmente a base ótima é composta pelo milho e pela canola, cujas áreas se mantêm na mesma proporção. A partir de 23 hectares aproximadamente, a soja passa a compor a base ótima, sendo que seu nível cresce de acordo com o aumento da disponibilidade de área. A partir de cerca de 54 hectares o trigo passa também a integrar a base ótima, crescendo sua participação nesta, juntamente com a soja, até a área total atingir 58,24 hectares, a partir da qual as áreas das atividades permanecem inalteradas. Estes resultados podem ser explicados pelo fato do milho ser a atividade que proporciona maior margem bruta, embora seja a que exige mais trabalho. Assim, quando a área é pequena, a mão-de-obra disponível é toda utilizada para a cultura do milho, sendo que a colza cobre a área no inverno devido às exigências da rotação. À medida que a área aumenta, a mão-de-

obra torna-se relativamente mais escassa e atividades menos exigentes neste fator de produção passam a integrar a base ótima, de forma crescente. É interessante salientar que, neste caso, o aumento da área levou o sistema de produção a se tornar mais diversificado. Isto porque no mês de abril, em que a soja e o milho competem por mão-de-obra, a exigência da soja por este fator de produção é menor do que no mês de novembro, no qual esta atividade não compete com o milho. As áreas das atividades de inverno, devido a pequena margem bruta que elas proporcionam, são definidas pelas áreas das atividades de verão, por meio das restrições de rotação.

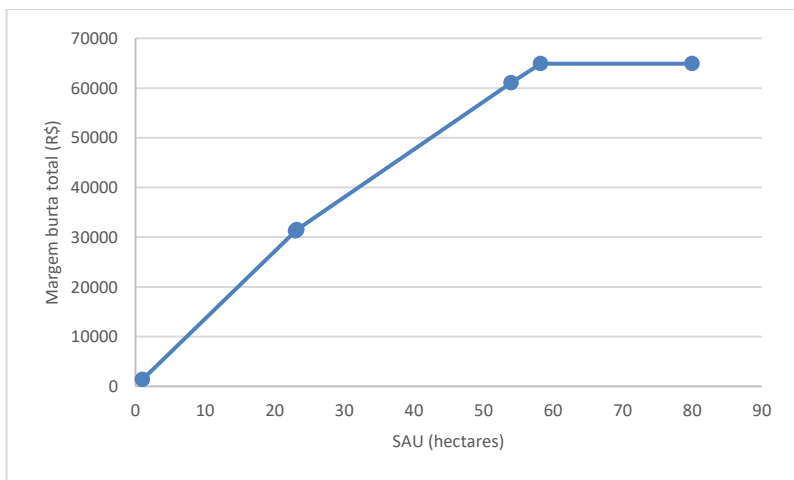


Figura 5: Parametragem da margem bruta em função da superfície agrícola útil

e) considere que o trigo deve ser cultivado sobre, no mínimo, um terço da área de canola e indique a área das atividades e a margem bruta que seria obtida na solução ótima.

Resposta: A margem bruta que seria obtida na solução ótima é de R\$ 57.100,00, sendo que no verão seria cultivado 30,50 hectares de soja e 19,50 hectares de milho, e no inverno 6,50 hectares de trigo e 19,50 hectares de canola.

3

A NATUREZA DOS PREÇOS E O SIGNIFICADO DA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO

A modelagem por meio da programação matemática tem como finalidade a otimização. No caso de um sistema de produção, a otimização consiste em um processo de alocação de recursos que resulta em resultados econômicos os mais adequados possíveis à reprodução da unidade de produção. Tal adequação pode ocorrer por meio da maximização da renda (ou outro agregado a ela correlacionado) ou da minimização do custo.

No entanto, todo processo de otimização que ocorre nas unidades de produção é realizado por meio dos preços. Neste ponto pode-se questionar: qual é a relação da otimização a partir dos preços com a alocação de recursos e com a distribuição das riquezas, em seu sentido qualitativo, na sociedade? Em outras palavras, como os preços, que são valores monetários, se relacionam com as riquezas materiais, que são quantidades físicas? E qual é a influência desta relação com a otimização dos recursos nas unidades de produção?

A resposta mais comum a esta questão é que a alocação dos recursos na sociedade decorre da agregação da otimização econômica que ocorre nas unidades de produção. Neste sentido, seriam as condições microeconômicas que determinariam os processos macroeconômicos. Isto corresponde à concepção neoclássica de que todo modelo macroeconômico deve ser fundamentado por uma teoria microeconômica. Porém, como os preços são formados de forma que eles possam refletir as condições macroeconômicas para a alocação dos recursos (caso

contrário eles não poderiam servir para orientar as decisões nas unidades de produção)?

As teorias econômicas vigentes não fornecem uma resposta clara a esta questão. A corrente neoclássica, amplamente hegemônica, sustenta que preços e riquezas são equivalentes, sendo o preço apenas uma medida da riqueza. Assim, para os neoclássicos, fundamentalmente, os preços representam diretamente as riquezas, ambos possuindo a mesma natureza. No entanto, a alegação de que os preços são formados a partir das preferências do consumidor não permite esclarecer sob que critérios os meios de produção, como entidades físicas, podem ser alocados por meio de uma função de produção. O principal problema é a inexistência de uma medida comum entre “fatores de produção” qualitativamente distintos. Sem esta medida comum não é possível realizar operações matemáticas entre, por exemplo, tempo de trabalho, meios de produção e recursos naturais, os quais são qualitativamente diferentes. Obviamente não há uma resposta matematicamente consistente para esta questão. Assim, os economistas neoclássicos jamais foram capazes de demonstrar como trabalho, capital e recursos naturais, em termos físicos, podem ser alocados de forma a satisfazer as condições monetárias de otimização. Este problema, aliás, foi intensamente debatido na chamada controvérsia dos Cambridge ocorrida entre um grupo de economistas da Universidade de Cambridge da Inglaterra (críticos ferrenhos dos neoclássicos) e os economistas neoclássicos do Instituto Tecnológico de Massachussets (instalado em uma localidade dos Estados Unidos denominada Cambridge). Nesta polêmica, que envolveu vários economistas, de ambos os lados, ganhadores do prêmio Nobel de Economia, os neoclássicos foram incapazes de responder às críticas dos seus oponentes.¹

¹ A controvérsia dos Cambridge foi desencadeada por ROBINSON, J. The Production Function and The Theory of Capital. *Review of Economic Studies*, 21(2), 1953-1954, pp. 81-106. Neste artigo, a

No entanto, o tempo de trabalho, a partir do qual é definido o valor, permite estabelecer relações objetivas e matematicamente consistentes entre riquezas e preços. E a partir das relações entre essas três categorias (riquezas, valores em tempo de trabalho e preços) pode-se demonstrar como os preços permitem relacionar a alocação dos recursos e a distribuição da riqueza no conjunto da sociedade com as decisões tomadas nas unidades de produção sobre a alocação dos seus recursos. Essa demonstração é realizada na seção a seguir.

MODELO FORMAL DAS RELAÇÕES ENTRE RIQUEZAS, VALORES E PREÇOS

A categoria fundamental da economia é a da riqueza, ou seja, tudo o que, em seu sentido qualitativo, é considerado útil pelos seres humanos, tornando-se assim necessário para a reprodução da sociedade. O caráter fundamental da riqueza decorre da sua “prioridade ontológica” sobre as demais, isto é, sem a riqueza nenhuma outra categoria econômica poderia existir. Por exemplo, preços só podem ser atribuídos à riquezas mas, por outro lado, pode haver riquezas sem preços. E essa prioridade ontológica se verifica também historicamente, pois existiram muitas sociedades em que as riquezas não se expressavam em valores monetários.

Como já mencionado, as riquezas possuem um caráter qualitativo e são incomensuráveis relativamente, ou seja, uma riqueza não possui medida em comum com outra riqueza de um tipo diferente. Isto impede a realização de operações matemáticas diretamente com as riquezas. Por exemplo, não é possível multiplicar caminhar por galinhas!

Para que as riquezas possam ser comparadas quantitativamente é necessário que haja um elemento comum a

autora efetua críticas à teoria do lucro e do capital neoclássicas que os maiores expoentes desta corrente econômica não foram capazes de refutar.

todas elas. O trabalho humano pode ser considerado como este elemento comum, embora isto não signifique que toda riqueza seja produzida pelo trabalho humano. Os sistemas naturais também produzem riquezas (os chamados recursos naturais, por exemplo). No entanto, o trabalho é sempre necessário para que uma riqueza seja utilizada pelos seres humanos, nem que seja a partir da sua simples extração da natureza. Portanto, uma substância da natureza que não é útil ou que não pode ser explorada não é uma riqueza. Podemos, assim, definir o valor como o tempo de trabalho socialmente necessário para a produção de uma riqueza pelos seres humanos a partir da transformação de uma riqueza fornecida, direta ou indiretamente, pela natureza.

O valor, assim definido, é o fundamento do preço, que é a expressão monetária do maior tempo de trabalho socialmente necessário para a geração de uma riqueza. Em outras palavras, é a expressão monetária do valor “marginal” em tempo de trabalho em relação à quantidade produzida. Se assim não fosse, a produção não poderia satisfazer a demanda. Por exemplo, se o preço corresponder a um valor menor do que o tempo de trabalho socialmente necessário, o produtor da unidade que exige mais trabalho, mas que ainda é necessária à satisfação da demanda, não poderia produzir.

O preço é o parâmetro empregado para as trocas de riquezas (poder de compra). Ele é também uma informação aos agentes microeconômicos para a alocação dos recursos produtivos de uma unidade de produção. No modelo geral que permite formalizar as relações entre riquezas, valores e preços, o problema primal consiste em encontrar as técnicas e as quantidades de produto que minimizam o tempo de trabalho, de forma a satisfazer a demanda de produtos considerando os meios de produção necessários de serem gerados pelo trabalho e a disponibilidade de recursos naturais. Este problema primal é formulado como,

Trabalho socialmente necessário à produção:

$$\text{Minimizar } \sum c_i^l q_i^l + \sum c_z^x m_z^x + \sum c_n^s i_n^s + \sum c_n^s I_n^s \quad (1)$$

Sujeito às restrições

Satisfação da demanda de produtos finais:

$$\sum q_i^l \geq D_i \quad (2)$$

Rendas diferenciais relacionadas aos recursos naturais requeridos para a geração dos produtos finais:

$$\sum a_{ui}^l q_i^l \leq R_u \quad (3)$$

Meios de produção monocíclicos:

$$\sum m_z^x - \sum a_{zi}^l q_i^l \geq M_z \quad (4)$$

Meios de produção multicíclicos:

$$\sum i_n^s - \sum g_{in}^s q_i^l \geq E_n \quad (5)$$

Formação de estoques dos meios de produção multicíclicos:

$$\sum I_t^s \geq v_n E_n. \quad (6)$$

Rendas diferenciais relacionadas aos recursos naturais requeridos para a geração dos meios de produção:

$$\sum \sigma_{jz}^x m_z^x + \sum b_{nj}^s i_n^s + \sum b_{nj}^s I_n^s \leq R_j \quad (7)$$

onde temos,

c_i^l = quantidade c de trabalho necessária por unidade do produto i fabricado com a técnica l .

q_i^l = quantidade q do produto i fabricado com a técnica l .

c_z^x = quantidade c de trabalho necessário por unidade de meio de produção z produzido com a técnica x .

m_z^x = quantidade m a ser reposta anualmente do meio de produção consumido em um ciclo de produção (cíclico) z gerado com a técnica x .

c_n^s = quantidade c de trabalho necessário por unidade do meio de produção consumido em vários ciclos de produção (multicíclico) n produzido com a técnica s .

i_n^s = quantidade i do meio de produção multicíclico n gerado com a técnica s a ser repostada anualmente.

a_{ui}^l = quantidade a do recurso natural u necessária para a geração do produto de consumo final i com a técnica l .

R_u = quantidade máxima R do recurso natural u que pode ser utilizada por ciclo de produção para a geração de produtos de consumo final.

a_{zi}^l = quantidade a do meio de produção z necessário para a geração do produto final i com a técnica l .

M_z = quantidade excedente M do meio de produção cíclico z gerado para o crescimento econômico (ou seja, para reprodução ampliada; em reprodução simples $M_z = 0$).

E_n = quantidade excedente E do meio de produção multicíclico n a ser produzida por ciclo de produção para assegurar aumento futuro da produção, ou seja, crescimento econômico (reprodução simples: $E_n = 0$).

I_n^s = quantidade I do meio de produção multicíclico n gerado com a técnica s para o crescimento econômico (reprodução simples: $E_n = 0 \Rightarrow I_n^s = 0$).

v_n = ciclos de vida útil do meio de produção multicíclico n .

D_i = quantidade demandada D do produto final i .

g_{ni}^s = quantidade g do meio de produção multicíclico n necessária para produzir uma unidade do produto final i com a técnica s .

σ_{zj}^x = quantidade σ de recurso natural j necessário para a produção do meio de produção z com a técnica x .

b_{jn}^s = quantidade b do recurso natural j necessária para a geração do meio de produção multicíclico n com a técnica s .

R_j = quantidade máxima R do recurso natural j que pode ser explorada por ciclo de produção para a geração de meios de produção.

A partir do problema primal foi deduzido o problema dual que fornece os preços dos produtos finais, dos meios de produção e as rendas geradas pela escassez de recursos naturais que maximizam o valor agregado, considerando a demanda de produtos finais, a disponibilidade de recursos naturais e as condições técnicas de produção. Este problema dual foi formulado como,

Valor agregado:

$$\text{Maximizar } \sum D_i p_i - \sum R_u^s r_u + \sum M_z p_z + \sum E_n p_n + \sum v_n E_n p_t - \sum R_j r_j \quad (8)$$

Sujeito à restrição

Preços dos produtos de consumo final e rendas diferenciais a eles

relacionadas:

$$p_i - \sum a_{zi}^l p_z - \sum g_n^s p_n - \sum a_{ui}^l r_u \leq c_i^l \quad (9)$$

Preços dos meios de produção monocíclicos e rendas diferenciais a eles

relacionadas:

$$p_z - \sum \sigma_{zj}^x r_j \leq c_z^x \quad (10)$$

Preços dos meios de produção multicíclicos e rendas diferenciais a eles

relacionadas:

$$p_n - \sum b_{nj}^s r_j \leq c_n^s \quad (11)$$

$$p_t - \sum b_{nj}^s r_j \leq c_n^s \quad (12)$$

onde, além das variáveis que constam no problema primal, já descritas, temos, p_i = preço do produto i .

r_u = renda gerada pela escassez do recurso natural u , empregado diretamente para a geração de produtos finais

p_z = preço do meio de produção cíclico z .

p_n = preço do meio de produção multicíclico n (calculado a partir da sua reposição)

p_t = preço do meio de produção multicíclico t (calculado a partir do seu estoque)

r_j = renda gerada pela escassez do recurso natural j , empregado para a geração de meios de produção.

Evidentemente, os preços dos meios de produção multicíclicos que são repostos, expressos por p_n , e o preço destes meios de produção em estoque, expressos por p_t , são os mesmos, os quais são definidos pelas expressões (11) e (12).

De acordo com o teorema da dualidade, com as soluções ótimas temos,

$$\begin{aligned} \text{Mínimo } \sum c_i^l q_i^l + \sum c_z^x m_z^x + \sum c_n^s i_n^s + \sum c_t^s I_t^s = \\ \text{Máximo } \sum D_i p_i - \sum R_u r_u + \sum M_z p_z + \sum E_n p_n + \sum v_n E_n p_t - \sum R_j r_j \end{aligned} \quad (13)$$

ou seja, o mínimo de trabalho socialmente necessário (valor em tempo de trabalho) para satisfazer as demandas dos produtos finais e dos meios de produção corresponde ao máximo valor agregado monetário, consideradas as condições de produção, os excedentes de meios de produção e a disponibilidade de recursos naturais.

Observa-se que a expressão (13) descreve que o valor total em tempo de trabalho é equivalente ao valor monetário total subtraído das rendas. Neste sentido, no modelo os preços obtidos correspondem a valores marginais, na medida em que as variáveis do problema dual que expressam os preços e as rendas correspondem à variação do valor da função objetivo do problema primal provocada pela variação de uma unidade dos coeficientes do lado direito das suas restrições. Na determinação dos preços, a variação de cada restrição é considerada isoladamente.

A expressão (9) descrita no problema dual, macroeconômico, de formação de preços, possui a mesma estrutura da equação microeconômica empregada para calcular o valor agregado nas unidades de produção. No entanto, na equação microeconômica, as rendas diferenciais geradas pela escassez de recursos naturais diretamente empregados para a geração de produtos finais (como a terra na agricultura) encontram-se adicionadas ao valor agregado (na medida em que estão incorporadas nos preços). Desta forma, considerando a expressão (9), o “valor agregado” (como considerado no cálculo microeconômico²), pode ser calculado por meio da sua multiplicação pela quantidade produzida, ou seja,

$$Qc_i^l + Q\sum \alpha_{ui}^l r_u = Qp_i - Q\sum \alpha_{zi}^l p_z - Q\sum g_{in}^s p_n \quad (14)$$

Onde o “valor agregado” (que na verdade pode estar acrescido de rendas) calculado a partir de dados obtidos nas unidades de produção é,

$$VA = Qc_i^l + Q\sum \alpha_{ui}^l r_u \quad (15)$$

Quando a expressão (15) é considerada de ponto de vista microeconômico os meios de produção que são consumidos no ciclo são denominados “consumo intermediário”. Considerando a expressão (9) o consumo intermediário é obtido por,

$$Q\sum \alpha_{iz}^l p_z = CI \quad (16)$$

² Para uma análise detalhada das inconsistências do cálculo do valor agregado como ele é normalmente realizado nas unidades de produção, ver SILVA NETO, B. *Com Marx, para além de Marx: ensaios sobre riquezas, valores e preços*. Curitiba: Ed. CRV, p. 212-236, 2020.

No entanto, em uma unidade de produção, evidentemente não é possível repor apenas uma parte dos meios de produção que requerem mais de um ciclo para serem consumidos. Assim, é necessário considerar uma “depreciação” no ciclo sofrida por tais meios de produção. Considerando a expressão (9), a depreciação de um meio de produção multicíclico é obtida por,

$$Q \sum g_n^s p_n = D \quad (17)$$

O valor monetário da produção mostrado na expressão (14), em termos microeconômicos, é denominado “produto bruto”, sendo definido como,

$$Q p_i = PB \quad (18)$$

A partir das expressões (15), (16), (17) e (18) obtêm-se a expressão que é empregada para o cálculo do valor agregado em unidades de produção³.

$$VA = PB - CI - D \quad (19)$$

o que demonstra que o valor agregado, também em termos microeconômicos, é o equivalente monetário do tempo de trabalho diretamente aplicado à produção. Isto significa que as técnicas que, na unidade de produção, proporcionam um valor agregado equivalente ao tempo de trabalho nela aplicado, são coerentes com as técnicas que minimizam o tempo de trabalho aplicado, e maximizam o valor agregado, no conjunto da economia. O valor agregado (ou outras medidas de resultado econômico diretamente correlacionadas a ele), portanto, é o critério eficiente para a alocação de recursos nas unidades de

³ DUFUMIER, M. **Projetos de desenvolvimento agrícola**. Manual para especialistas. Salvador, EDUFBA, 2007.

produção. Evidentemente, o valor agregado (e outras medidas diretamente relacionadas a ele), só pode ser eficiente nas condições descritas na expressão (13), nas quais há a formação de preços eficientes, ou seja, os que induzem os agentes microeconômicos (gestores das unidades de produção) a escolher técnicas compatíveis com as decisões tomadas no conjunto da sociedade sobre as suas riquezas (técnicas eficientes).

Enfim, é importante salientar que, sendo a taxa de lucro uma medida relativa (renda/capital) que não se correlaciona com o valor agregado, ela não pode ser considerada como um critério eficiente de alocação de recursos e de investimento. Isto indica que a mobilidade do capital, que leva a taxa de lucro a se tornar mais importante do que o lucro em termos absolutos nas decisões microeconômicas, pode provocar importantes perturbações no funcionamento da economia.

EXTERNALIDADES E VIABILIDADE ECONÔMICA DE ATIVIDADES AGROPECUÁRIAS

Há, ainda, uma questão importante a ser considerada para a interpretação dos resultados obtidos pelo cálculo econômico. Ocorre que determinados benefícios e custos de uma atividade não são considerados nos resultados econômicos que ela proporciona na unidade de produção. Esses benefícios e custos, assim, se manifestam para agentes econômicos exteriores, sendo muitos deles tendo que ser arcados pelo conjunto da sociedade, sem serem computados nas unidades de produção. Por exemplo, a poluição que uma produção de suínos, ao contaminar um rio pelos seus dejetos, pode provocar custos para a sociedade sem que estes sejam considerados na unidade de produção. Outro exemplo é o uso de agrotóxicos que podem provocar problemas de saúde devido a contaminação de alimentos, gerando assim custos para a população relacionados ao tratamento desses

problemas. Em relação aos benefícios, um agricultor que contribui para manter a diversidade ecológica por meio da preservação de uma área de floresta provoca benefícios para a sociedade, os quais não são considerados nos resultados econômicos da sua unidade de produção.

Os exemplos dados no parágrafo anterior correspondem ao que se denomina na literatura econômica de “externalidades”. É interessante observar que essas externalidades dizem respeito às riquezas, as quais, como discutido anteriormente, não possuem valor monetário intrínseco. Por exemplo, não é possível avaliar os problemas de saúde provocados pelo uso de agrotóxicos apenas a partir dos custos dos tratamentos médicos desses problemas, os quais podem ser extremamente graves. Isto implicaria que poderia ser considerado mais econômico arcar com os custos do tratamento dos problemas do que evitar o uso de agrotóxicos, o que não é aceitável de um ponto de vista ético.

Assim, a avaliação monetária de externalidades implica em considerar critérios não econômicos, de natureza essencialmente ética e política, nas decisões tomadas pelo conjunto da sociedade sobre a suas riquezas. As externalidades, assim, não podem ser consideradas como simples “falhas de mercado”, como alegam autores da corrente neoclássica.

Portanto, a existência de externalidades implica que a avaliação da viabilidade econômica de uma atividade a partir dos resultados econômicos que ela proporciona na unidade de produção deve ser interpretada com reservas, na medida em que ela não expressa o custo total da atividade para a sociedade.

As externalidades podem, em ~~maior~~ menor ou maior grau, ser “internalizadas” a partir da análise do custo das mudanças

tecnológicas necessárias para que elas sejam evitadas.⁴ Este custo se expressa por meio de um sistema de preços que envolve tanto os produtos como os meios de produção. Evidentemente, a definição desse novo sistema de preços depende da existência de alternativas tecnológicas que possam assegurar efetivamente uma diminuição da externalidade. Se tais alternativas não existirem a internalização, mesmo que parcial, não é possível de ser realizada. Segue abaixo um exemplo simples para ilustrar este ponto.

A características técnicas e econômicas de uma atividade “a” que pode ser desenvolvida por meio de duas técnicas (“a₁” e “a₂”), as quais exigem diferentes quantidades de agrotóxico (“agt”) por unidade produzida, são mostradas na tabela 10.

Tabela 10: Características de uma atividade de acordo com as técnicas disponíveis

Técnica	a1	a2
VA/ha	600	500
Produção/ha	150	50
VA/produto	4	10
Agrotóxicos/produto	6	4
Preço do produto		22
Preço dos agrotóxicos		3

Fonte: elaborado pelos autores.

⁴ Os fundamentos teóricos e uma discussão mais detalhada desse método é realizada por Silva Neto, B. *A internalização dos custos da transição agroecológica em sistemas agrários*. Porto Alegre: Editora Fi, 2021.

A partir dos dados mostrados na tabela foi formulado o seguinte modelo (Lpsolve), cujo problema primal é,

```

min 4 a1 + 10 a2 + 3 agt
st
demanda_do_produto) a1 + a2 >= 100
demanda_do_agrotoxico) 6 a1 + 4 a2 - agt <= 0
end

```

sendo o problema dual descrito como,

```

max 100 pa + 0 pagt
st
a1) pa - 6 pagt <= 4
a2) pa - 4 pagt <= 10
agt) pagt <= 3
end

```

Conforme mostram os dados da tabela 10, a técnica que exige menos agrotóxico (a₂) proporciona uma produção por hectare inferior à proporcionada por (a₁), sendo também o valor agregado por hectare menor com o emprego da técnica a₂. Assim, de um ponto de vista econômico a técnica que exige mais agrotóxico (a₁) é mais vantajosa para os agricultores. É interessante observar que, como é o valor agregado monetário que consta na função objetivo do problema primal, e não o tempo de trabalho, as duas técnicas são indicadas como eficientes, fornecendo um valor agregado equivalente ao tempo de trabalho aplicado a partir dos preços obtidos pela solução dual, os quais são os mesmos mostrados na tabela 10. A formulação básica, portanto, é tautológica.

Supondo agora que, devido aos problemas ambientais e sanitários provocados pelo uso de agrotóxicos, a sociedade decide diminuir o uso desses insumos, aumentando o seu preço o suficiente para que o valor agregado por hectare proporcionado pela técnica menos exigente em agrotóxico seja superior ao da técnica mais exigente. Para tanto o valor do coeficiente da variável que representa o agrotóxico (ou seja, o seu preço) deve ser aumentado

o suficiente para que o novo sistema de preços proporcione o resultado desejado. No nosso exemplo, aumentando o preço do agrotóxico em uma unidade (passando de R\$ 3,00 para R\$ 4,00) o resultado do modelo indicaria um aumento do preço do produto para R\$ 26,00. Com este novo sistema de preços o valor agregado proporcionado por (a_1) se reduziria para R\$ 300,00/ha, tornando-se assim inferior ao proporcionado por (a_2), que se manteria inalterado.

Vamos supor agora que o valor agregado por hectare fornecido pela técnica (a_2), o qual não se alterou com a mudança dos preços, seja insuficiente para assegurar a reprodução social dos agricultores que aplicam tal técnica. Assim, vamos supor que esse valor agregado deve ser de, pelo menos, R\$ 750,00 por hectare. É interessante salientar que o aumento do valor agregado fornecido pela técnica (a_2) apenas por meio do aumento do preço do produto poderia tornar novamente a técnica (a_1) mais vantajosa. Assim, aumentando o preço do produto para R\$ 31,00 e mantendo o preço do agrotóxico em R\$ 4,00, o valor agregado fornecido pela técnica (a_2) se elevaria a R\$ 750 por hectare. Porém, com esses preços o valor agregado fornecido pela técnica (a_1) seria de R\$ 1.050,00 por hectare. Para que a técnica (a_2) forneça um valor agregado maior mantendo-se competitiva em relação a técnica (a_1), portanto, é necessário que um novo sistema de preços seja fornecido pelo modelo. Este novo sistema de preços foi obtido aumentando o coeficiente do valor agregado por produto na função objetivo de R\$ 10,00 para R\$ 15,00 e fixando o preço do agrotóxico em R\$ 6,00 por unidade física. O preço do produto obtido foi de R\$ 39,00 a partir do qual, considerando o preço de R\$ 6,00 para os agrotóxicos, se obtém um valor agregado por hectare de R\$ 750,00 com a técnica (a_2) e de R\$ 450,00 com a técnica (a_1).

O exemplo discutido acima mostra que é possível tornar a diminuição do uso de agrotóxicos (ou outros meios de produção

relacionados a determinados recursos naturais) atrativa economicamente para os agricultores por meio da definição de um sistema de preços, desde que haja alternativas técnicas adequadas, assim como mecanismos institucionais que assegurem a comercialização dos produtos e dos meios de produção por meio dos novos preços.

O SIGNIFICADO DA OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO

A análise da natureza dos preços realizada neste livro permite concluir que o critério fundamental para a otimização de sistemas de produção é o valor agregado. No entanto, o valor agregado é apenas uma categoria econômica que orienta o processo de otimização nas unidades de produção de acordo com as decisões coletivas tomadas pela sociedade sobre suas riquezas por meio de processos de natureza política. Essas decisões coletivas não são decorrentes de qualquer processo de otimização. Assim, não pode haver uma otimização do uso das riquezas na sociedade (a partir da otimização da sua produção nas unidades de produção), mas apenas um processo de ajuste das decisões tomadas nas unidades de produção, a partir dos preços, às decisões políticas sobre a alocação e o uso das riquezas tomadas na sociedade, dadas as condições técnicas e o acesso aos recursos naturais vigentes. Evidentemente, o processo de formação dos preços discutido neste livro sofre várias perturbações, que, de acordo com a sua importância, podem fazer com que os preços sejam mais ou menos eficientes como informações para uma alocação dos recursos nas unidades de produção de forma coerente com as decisões coletivas tomadas na sociedade. Mas isto não muda a natureza do processo de otimização que ocorre nas unidades de produção.

Vale salientar que métodos avançados de otimização de sistemas de produção, como os baseados na programação matemática, sempre adotam medidas de resultado econômico (a

serem otimizadas) que são altamente correlacionadas com o valor agregado (como a renda dos agricultores familiares e o lucro dos agricultores patronais e dos capitalistas). Todas essas medidas adotadas expressam resultados monetários absolutos, e não relativos, como é o caso da taxa de lucro. Ocorre que a taxa de lucro não possui correlação com o valor agregado por ser uma medida monetária auto referencial (relativa a valores monetários), não podendo ser formalizada de acordo com o processo de formação de preços discutido neste texto. Os processos sociais que determinam a taxa de lucro, portanto, não podem se constituir em processos de formação de preços propriamente ditos, mas apenas influenciar esse processo.

Enfim, é importante salientar que a simples adoção do valor agregado como critério de decisão nas unidades de produção, calculado com base em preços eficientes, não pode, por si só, indicar com precisão o interesse econômico da sociedade em relação a determinada atividade. Para que isto ocorra é necessário que sejam analisadas as externalidades provocadas pela atividade em questão. Este fenômeno é de crucial importância para a análise da sustentabilidade ecológica dos processos econômicos.⁵

EXERCÍCIO

Os coeficientes do modelo de uma economia são descritos na tabela 11.

Tabela 11: Coeficientes do modelo de uma economia.

	Produtos de consumo				Meios de produção			
	a1	a2	b1	b2	mpa1	mpa2	mpb1	mpb2
Tempo de trabalho / unidade de produto	10	20	15	40	3	5	2	4

⁵ Sobre esta questão, ver por exemplo SILVA NETO, B. *A internalização dos custos da transição agroecológica em sistemas agrários*. Porto Alegre: Ed. Fi, 2021.

Demanda de meios de produção para "a"	-6	-4			1	1		
Demanda de meios de produção para "b"			-12	-8			1	1
Demanda do recurso natural					8	3	14	6

Fonte: elaborado pelos autores.

A demanda por ciclo de produto de consumo "a" é de 100 unidades físicas e do "b" de 30 unidades físicas. A limitação do fluxo de recurso natural é de 12.000 unidades físicas por ciclo. Os meios de produção são monocíclicos. Elabore um modelo de programação linear representando as relações entre riquezas, valores e preços e,

a) a partir dos preços obtidos por meio da solução do modelo, calcule os resultados econômicos proporcionados por cada atividade (produtos e meios de produção), considerando uma aplicação de oito unidades de tempo de trabalho.

Resposta: os resultados são mostrados na tabela 12.

Tabela 12: resultados econômicos obtidos com a aplicação de oito unidades de tempo de trabalho e um salário de duas unidades monetárias.

	a1	a2	b1	b2	mpa1	mpa2	mpb1	mpb2	r n
Preço e renda diferencial	28		39		3		2		0
Produção	0,8	0,4	0,533	0,2	2,667	1,6	4	2	
Valor monetário da produção	22,4	11,2	20,8	7,8	8	4,8	8	4	
Meio de produção	4,8	1,6	6,4	1,6					
V. monetário do m. de produção	14,4	4,8	12,8	3,2					
Recurso natural	0	0	0	0	21,33	4,8	112	12	
Renda diferencial	0	0	0	0	0	0	0	0	
Valor agregado	8	6,4	8	4,6	8	4,8	8	4	
Salário	2	2	2	2	2	2	2	2	
Lucro	6	4,4	6	2,6	6	2,8	6	2	
Taxa de lucro	37%	65%	41%	50%	300%	140%	300%	100%	

Fonte: elaborado pelos autores

b) a partir dos resultados obtidos no item anterior explique porque os preços podem se constituir em informações que proporcionam uma alocação dos recursos na unidade de produção coerente com a alocação dos recursos na sociedade.

Resposta: Porque eles fazem com que as atividades (eficientes) agreguem um valor monetário equivalente ao tempo de trabalho diretamente nelas aplicado.

c) a partir dos resultados obtidos anteriormente, discuta a eficiência da taxa de lucro como critério de alocação dos recursos, em comparação com o valor agregado e medidas de resultado econômico a ele diretamente relacionadas.

Resposta: as taxas de lucro não permitem indicar as atividades eficientes. Por exemplo, como mostrado na tabela 12, considerando as atividades “a” e “b”, a técnica 1 é a eficiente, mas gera uma taxa de lucro menor do que a técnica 2.

d) discuta quais são os determinantes fundamentais da alocação dos recursos na sociedade e nas unidades de produção.

Resposta: os determinantes fundamentais são as decisões extraeconômicas tomadas no conjunto da sociedade. As decisões microeconômicas, tomadas na unidade de produção, são orientadas pelos preços que são formados a partir das decisões tomadas no conjunto da sociedade.

e) por meio de um exemplo, discuta o efeito da escassez do recurso natural sobre a escolha das técnicas de produção.

Resposta: por exemplo, se considerarmos a exploração de 8.500 unidades de recurso natural (e não 12.000, como anteriormente), a geração do meio de produção “mb” passa a exigir que a técnica de produção 2, que emprega menos recurso natural e mais tempo de trabalho, também seja aplicada. Isto gera uma renda de 0,25 unidades monetárias devido à escassez do recurso natural. As demais atividades continuam a empregar apenas as técnicas 1, que exigem menos tempo de trabalho.

4

A PROGRAMAÇÃO LINEAR NA MODELAGEM DE UNIDADES DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A modelagem de sistemas de produção que incluem apenas produções vegetais, em geral, é bastante simples, sendo muitas vezes possível de ser efetuada no quadro da PL. Por isto, a consideração deste tipo de sistema de produção constitui-se em uma forma bastante didática para a introdução das principais características da modelagem de problemas de PL, como pode ser constatado pelos exemplos discutidos no capítulo 2.

Neste capítulo passamos a considerar também a modelagem de sistemas de produção que incluem produções animais. Tal modelagem, que inclui muitas restrições internas, resultam em uma formulação mais complicada, embora elas não sejam fundamentalmente distintas das restrições internas relativas à produção vegetal.

A FORMULAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO EM PROBLEMAS DE PL

Em geral, a formulação da função objetivo em problemas de PL não coloca dificuldades particulares (exceto no caso de problemas de otimização sob risco, como será visto adiante).

Como já discutido acima, o único cuidado a ser tomado na formulação da função objetivo em problemas de PL é quanto a linearidade da expressão. Muitas medidas de resultado econômico comumente utilizadas não são lineares. Por exemplo, a utilização da renda ou do valor agregado por unidade de superfície de uma dada cultura varia segundo a sua área total, devido às despesas não proporcionais incluídas no seu cálculo.

Tais medidas não devem, portanto, figurar na função objetivo de problemas de PL¹. Dentre as medidas de resultado econômico cujo valor por unidade de superfície não depende da área total estão a margem bruta e o valor agregado. No entanto, muitas vezes é interessante eleger medidas formuladas "ad hoc" para o problema ("margens de contribuição"). Isto porque o que interessa na solução de um problema de PL não é o resultado econômico obtido em si, mas o quanto ele contribui para o resultado econômico global da unidade de produção (contanto que todas as outras despesas não variem).

EXERCÍCIO

Formule a função objetivo de um problema de programação linear a partir dos dados mostrados na tabela 13.

Tabela 13: Caracterização econômica das atividades

Atividade	Produto Bruto (R\$/ha)	Consumo Intermediário (R\$/ha)	Salário (trabalho temporário) (R\$/ha)	Funrural (R\$/ha)	Depreciações (R\$)	Salário(trabalho permanente) (R\$)
Soja	1200	700	50	60		
Milho	1800	900	70	90	2000	1500
Feijão	2500	1000	150	125		

Fonte: Elaborado pelos autores.

Formulação da função objetivo:

$$\text{MAX } 390 \text{ S} + 740 \text{ MI} + 1225 \text{ FE}$$

As depreciações e o salário do trabalho permanente não estão incluídos na função objetivo por não serem linearmente proporcionais ao nível das atividades, ou seja, são gastos fixos.

¹ A formulação de funções objetivo que fornecem a renda ou o valor agregado da unidade de produção pode ser feita no quadro da Programação com números inteiros.

FORMULAÇÃO DE RESTRIÇÕES

Basicamente, existem dois tipos de restrições em problemas de programação matemática. As restrições externas correspondem às limitações físicas ou financeiras impostas à dimensão do sistema pela disponibilidade de recursos externos. Em uma unidade de produção tais recursos correspondem, em geral, à superfície de terra, à mão-de-obra, às máquinas, equipamentos e instalações e aos recursos monetários circulantes. Estes recursos são considerados externos porque sua quantidade é fixa, isto é, ela não pode ser alterada ao longo do ciclo de produção representado pelo modelo. As inequações que representam as restrições externas sempre possuem, no seu lado direito, um número que expressa a quantidade disponível do recurso (ou uma "variável", cujo valor é fixo). Em geral, todos os coeficientes das variáveis deste tipo de restrição são positivos (ou do mesmo sinal).

As restrições internas correspondem a recursos que são gerados no interior da unidade de produção ou podem ser adquiridos no seu exterior. Quanto aos recursos gerados, estes dependem fundamentalmente das técnicas disponíveis, expressas nos coeficientes das variáveis correspondentes as necessidades e as disponibilidades do recurso. Por exemplo, a satisfação das restrições de alimentação de bovinos criados a pasto depende da eficiência com que as forrageiras e os concentrados são produzidos na unidade de produção. Em relação aos recursos que podem ser adquiridos fora da unidade de produção, a quantidade utilizada vai depender do preço ao qual o recurso é disponibilizado e da produtividade marginal que este recurso apresenta na unidade de produção, na solução do problema. Por exemplo, o arrendamento de terra depende do seu preço e da produtividade marginal que a terra apresenta na solução do problema. Caso esta última for inferior ao preço do arrendamento,

a solução não incluirá o arrendamento, caso contrário, a solução incluirá o arrendamento de uma quantidade de terra até o ponto em que o preço do arrendamento e a produtividade marginal da terra sejam iguais. As restrições internas sempre implicam na inclusão de variáveis com coeficientes negativos na função objetivo. Estas variáveis representam o custo unitário dos recursos que podem ser gerados na unidade de produção ou o preço dos recursos que podem ser adquiridos fora dela. Nas inequações que representam restrições internas sempre figuram variáveis com coeficientes positivos e negativos, figurando o zero no lado direito da desigualdade. Enfim, o valor dual de uma restrição interna em geral não pode ser interpretado, de forma precisa, como uma produtividade marginal na medida em que este tipo de restrição não está diretamente relacionado a um recurso externo. Da mesma forma, os resultados da análise de sensibilidade em relação ao coeficiente (de valor zero) do lado direito de inequações relativas à restrições internas não possuem uma interpretação precisa.

Em uma restrição pode figurar a possibilidade de compra de um recurso, assim como, no seu lado direito, este mesmo recurso estar representado por uma quantidade fixa (diferente de zero). Neste caso temos uma restrição mista. O recurso em questão será então representado por duas variáveis (ou, mais precisamente, por uma quantidade fixa e uma variável), uma representando a quantidade imediatamente disponível e a outra representando o recurso adquirido.

É importante salientar que não existem regras fixas para definir quais recursos são externos e quais são internos em uma unidade de produção. De acordo com os objetivos da modelagem, recursos externos em um problema podem ser internos em outros (e vice-versa). Por exemplo, em um problema o uso da terra, da mão-de-obra ou dos recursos monetários circulantes pode ser modelado em restrições externas, enquanto que em outros pode

ser interessante considerar a possibilidade de adquirir estes recursos. No entanto, em todo problema de programação matemática deve haver pelo menos uma restrição externa ou mista, caso contrário sua solução será nula ou infinita. Isto é compreensível na medida em que, se a produtividade marginal dos recursos for mais alta do que os seus preços, a solução indicará a compra de todos eles simultaneamente, resultando em uma solução infinita. No caso em que a produtividade marginal dos recursos for menor do que os seus preços a solução não indicará a compra de nenhum recurso e a solução será nula.

RESTRIÇÕES DE SUPERFÍCIE

Uma das características mais importantes da produção agropecuária é a sua dependência em relação ao solo. No caso das produções vegetais esta dependência é direta, na medida em que a terra é o substrato para o crescimento das plantas, cujas características químicas, físicas e biológicas devem ser objeto de práticas específicas, visando manter ou aumentar o seu potencial de produção. No caso de produções animais, como estas dependem de produções vegetais, sua dependência em relação ao solo também é importante, embora, em alguns casos, quando todos os alimentos são comprados (produção de aves, por exemplo), esta dependência pode não estar expressa no modelo.

Assim, salvo casos muito específicos, todos os modelos de unidades de produção agropecuária possuem restrições quanto à disponibilidade de superfície de solo. Para simplificar, denominaremos estas restrições de restrições de terra.

Em um modelo de programação matemática é importante representar a forma como a terra pode ser usada e quais são os tipos de terra relevantes. Assim, deve-se distinguir as atividades que são concorrentes por uma mesma gleba de terra daquelas que, devido a sua época de crescimento, não concorrem entre si

pela mesma superfície. Quando ao tipo de terra, muitas vezes existem glebas que podem ser específicas para certas atividades, como por exemplo, terras baixas para a cultura do arroz (ou para pastagens, etc).

Enfim, é importante salientar que muitas vezes duas atividades podem ser concorrentes por área apenas na época de colheita de uma delas e de plantio da outra. Neste caso, rigorosamente, não há uma restrição quanto à superfície, mas apenas de algum outro recurso relacionado às operações de plantio e colheita como, por exemplo, equipamentos ou mão-de-obra, se algum for limitante. A restrição assim será apenas no período que engloba estas operações.

RESTRIÇÕES DE MÃO-DE-OBRA

Este tipo de restrição está presente em quase todos os modelos de unidades de produção agropecuária. Na medida em que as operações agrícolas exigem o emprego de trabalho humano, a disponibilidade de mão-de-obra muitas vezes se constitui, ao lado da superfície, em uma das principais restrições de recursos em unidades de produção agropecuárias.

Uma dificuldade na modelagem do uso da mão-de-obra em unidades de produção decorre do fato de que em algumas operações o trabalho executado não é linearmente proporcional à escala de produção. Por exemplo, o trabalho requerido para a condução de um rebanho bovino até uma pastagem não é linearmente proporcional ao número de animais. Neste caso, esta operação não pode ser formulada em modelos de programação linear, devendo-se reservar "a priori" uma certa quantidade da mão-de-obra disponível para esta operação.

Um crescente interesse em uma melhor compreensão dos processos de divisão do trabalho em unidades de produção agropecuária tem levado a uma maior atenção na formulação das

restrições de trabalho em modelos de programação matemática. Alguns autores chegam mesmo a propor uma programação linear "etnográfica", com o intuito de enfatizar a importância das relações entre os membros da família (inter-geracionais e de gênero) que regem a divisão de trabalho na agricultura familiar. Segundo estas relações, observa-se que determinadas operações agrícolas são tipicamente (e as vezes exclusivamente) executadas por certos membro da família, segundo o seu estatuto no seio desta. Por exemplo, em certas unidades de produção, a colheita mecanizada é tipicamente executada pelo pai ou pelos filhos mais velhos, ficando reservada à mãe, ou as filhas mais velhas, o cuidado com certas culturas de subsistência. Segundo a abordagem da programação linear etnográfica, a negligência destes aspectos da divisão do trabalho pode levar a uma modelagem errônea das restrições de mão-de-obra em unidades de produção agropecuária, especialmente daquelas baseadas no trabalho familiar e que desenvolvem sistemas de produção com tecnologias de baixo uso de insumos e equipamentos de origem industrial.

RESTRIÇÕES DE MÁQUINAS, EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES

As restrições lineares relativas ao uso de máquinas, equipamentos e instalações são semelhantes as restrições de trabalho. No caso de máquinas e equipamentos, na medida em que as operações agrícolas exigem o seu uso, a sua disponibilidade pode ser um limitante à escala de produção. Muitas vezes o número de horas exigido para efetuar uma operação com um determinado equipamento corresponde ao número de horas de trabalho exigido pela operação. No entanto, o número de horas de trabalho disponíveis nas restrições de máquinas e equipamentos é diferente daquele das restrições de trabalho. Por exemplo, as características de um conjunto (potência de um trator e

equipamentos disponíveis) podem permitir que seja semeada uma superfície de soja de no máximo 100 hectares/mês/conjunto, sendo que cada hectare exigiria 4 horas de trabalho nesta operação.

No caso de instalações, em geral, apenas a capacidade máxima é utilizada. Por exemplo, pode-se considerar que um rebanho leiteiro não pode possuir mais do que 50 vacas em lactação devido ser este o máximo de animais que podem ser ordenhados com as instalações disponíveis.

RESTRIÇÕES DE ROTAÇÃO DE CULTURAS

As propriedades químicas, físicas e biológicas que permitem que um solo mantenha o seu potencial de produção dependem da sequência de espécies cultivadas sobre o mesmo. Assim, em um modelo de programação linear, rigorosamente, a definição de uma atividade depende não apenas da espécie cultivada, seu itinerário técnico, rendimento, etc., mas também da cultura precedente, a qual pode exercer um efeito considerável sobre o rendimento obtido (especialmente quando este for considerado no médio e longo prazo). No entanto, a consideração das diferentes combinações de culturas para a definição das atividades é algo bastante trabalhoso e enfadonho sendo, portanto, na prática, pouco viável. Para contornar este problema, os modelos de programação matemática de unidades de produção normalmente incluem restrições de rotação, as quais impõe certos limites à especialização do sistema de produção.

Em geral, em uma rotação apenas uma cultura que depende do cultivo precedente de uma outra para manter o seu rendimento, sendo que o inverso não é verdadeiro. Por exemplo, dados experimentais indicam que, na região noroeste do RS, o milho deve ser cultivado pelo menos uma vez a cada dois ou três anos para que o rendimento da soja possa ser mantido. O inverso,

porém, parece não ser verdadeiro podendo-se cultivar o milho continuamente sem que isto provoque grandes problemas no seu rendimento (o que, no entanto, é pouco comum na região devido a outros motivos).

É interessante observar que, embora matematicamente a formulação de restrições de rotação seja extremamente simples, muitas vezes ela provoca uma certa confusão em modeladores pouco experientes. Por exemplo, considerando que tecnicamente seja recomendável que a cultura da soja seja precedida pelo menos uma vez a cada três anos pela cultura do milho (três anos de soja e um de milho), a restrição de rotação seria formulada como

$$SOJA \leq 3 \text{ MILHO}$$

ou

$$SOJA - 3 \text{ MILHO} \leq 0$$

isto é, em média, a área de milho deve ser, pelo menos, três vezes menor que a área de soja.

RESTRIÇÕES DE FERTILIDADE DO SOLO

Na medida em que a produção agropecuária significa uma "exportação" de nutrientes retirados do solo, estes precisam ser repostos para que o nível dos rendimentos não diminua. Muitas vezes uma reposição adequada destes nutrientes já está considerada implicitamente no resultado econômico expresso na função objetivo quando os custos das doses dos adubos são incluídos (no resultado econômico das culturas, por exemplo). Porém, em certos casos pode ser interessante considerar de forma explícita a necessidade de adubos para repor os nutrientes exportados pelas atividades. Neste caso são formuladas restrições de fertilidade do solo.

Tais restrições implicam no cálculo da necessidade da atividade de cada um dos nutrientes considerados relevantes

(normalmente NPK) e da disponibilidade efetiva desses nutrientes proporcionada por cada uma das alternativas de adubação (dentre os vários tipos de adubos químicos ou orgânicos) após a sua adição ao solo.

EXERCÍCIO

Um agricultor deseja saber qual a combinação de culturas pode lhe proporcionar a maior margem bruta em sua unidade de produção. Ele dispõe de uma área de 10 hectares e de 208 horas mensais de trabalho (equivalente a um adulto trabalhando em tempo integral). Na tabela 14 é mostrada a margem bruta proporcionada pelas culturas que o agricultor pode implantar.

Tabela 14: Margem bruta proporcionada pelas atividades que podem ser desenvolvidas

Cultura	Margem bruta (R\$/ha)
Amendoim	4.600,00
Mandioca	5.500,00
Batata doce	6.350,00
Milho	700,00
Autoconsumo	3.000,00

Na tabela 15 os custos das culturas forrageiras destinadas à alimentação dos bois de tração e os custos dos adubos que ela deseja aplicar para manter a fertilidade do solo.

Tabela 15: Forrageiras que podem ser utilizadas para a alimentação dos bois de tração

Item	Unidade	Custo
Tifton	R\$/ha (exceto adubação)	100
Milheto	R\$/ha (exceto adubação)	150
Aveia + ervilhaca	R\$/ha (exceto adubação)	140

Boi	R\$/cabeça	100
Ureia	R\$/kg	10
Superfosfato triplo	R\$/kg	5
Cloreto de potássio	R\$/kg	5

Para manter a fertilidade do solo o agricultor pretende repor os nutrientes exportados pelas culturas por meio da aplicação dos adubos, considerando, porém, uma eficiência relativamente baixa dos mesmos. Além disto, para manter características físicas adequadas do solo, o agricultor deseja que a área com as culturas comerciais seja cultivada com milho no verão e aveia e ervilhaca no inverno pelo menos uma vez a cada dois anos (dois anos de culturas comerciais e um ano de culturas recuperadoras). O agricultor deseja manter 0,5 hectares para a produção destinada diretamente ao consumo da família (autoconsumo).

As culturas do amendoim, da mandioca e da batata doce, de alto valor agregado por área (intensivas), são vendidas diretamente aos consumidores. As necessidades de trabalho a cada mês, por cada cultura são mostradas na tabela 16.

Tabela 16: Necessidade de trabalho para cada cultura em cada mês.

	Amendoim	Mandioca	Batata doce	Milho	Aveia + ervilhaca	Tifton	Milheto
Janeiro	32		8	20			
Março			40				
Abril		40			16		
Setembro				24			
Outubro		24				4	24
Novembro	24		24	8			
Dezembro	8	8					

Fonte: elaborado pelos autores

Além das atividades descritas na tabela 15, o agricultor deve trabalhar, em todos os meses do ano, 10 horas por mês para a comercialização dos produtos das culturas intensivas junto aos consumidores e 15 horas por mês na produção destinada ao consumo da sua família (autoconsumo). Para a alimentação dos bois de tração, as culturas forrageiras do tifton, da aveia + ervilhaca e do milho devem ser cultivadas sobre, respectivamente, 0,4 e 0,25 hectares, sendo que a área de aveia + ervilhaca e do milho deve ser a mesma, pois estas culturas devem ser implantadas em sucessão. Na tabela 17 é mostrado o rendimento proporcionado pelas culturas e as suas necessidades de nitrogênio, fósforo e potássio.

Tabela 17: Rendimento e necessidade de nitrogênio, fósforo e potássio das culturas comerciais

	Rendimento t/ha	kg N/ha	kg P/ha	kg K/ha
Batata doce	3,4	9,792	1,36	1,1458
Mandioca	4,4	11,264	2,64	0,44
Amendoim	1,0	13,28	2,2	0,705
Milho	4,4	59,16	10,875	0,7134

Fonte: elaborado pelos autores

A tabela 18 mostra o teor de nutrientes e a eficiência dos adubos.

Tabela 18: Teor de nutrientes e eficiência dos adubos.

	Kg/tonelada	Eficiência
Uréia (kg N/t)	450,00	70%
Aveia+ervilhaca (kg N/ha)	70,00	20%
Superfostato triplo (kg P/t)	196,37	40%
Cloreto de potássio (kg K/t)	530,00	60%

Fonte: elaborado pelos autores

Baseado nas informações descritas anteriormente,

a) Formule as restrições que determinam a necessidade de cada adubo, descrevendo o procedimento adotado.

Resposta: a formulação das restrições que determinam as necessidades de nutrientes foi realizada por meio do seguinte procedimento. Inicialmente foi formulada uma restrição que expressa a quantidade de cada nutriente por hectare exportada pelas culturas. Por exemplo, para o nitrogênio temos,

$$9,792 \text{ BATDOCE} + 11,264 \text{ MANDIOCA} + 13,28 \text{ AMENDOIM} + 59,16 \text{ MILHO} - \text{NITROEXPORTADO} = 0$$

Após, o coeficiente que expressa o fornecimento de cada nutriente por kg de adubo foi obtido pela divisão por 1.000 dos teores mostrados na tabela e o resultado desta operação foi multiplicado pela eficiência do adubo, também mostrada na tabela. Assim, considerando a exportação obtida pela expressão anterior foi formulada uma expressão que determina a necessidade de adubo relativa a cada nutriente. Por exemplo, para o nitrogênio, temos,

$$\text{NITROEXPORTADO} - 0,315 \text{ UREIA} - 14 \text{ AVEIAERVILHACA} \leq 0$$

b) Elabore um modelo de programação linear que permita indicar a margem bruta máxima que pode ser obtida de acordo com as condições descritas anteriormente e descreva os principais resultados da sua solução.

Resposta: os principais resultados obtidos pela solução do modelo são mostrados na tabela 19.

Tabela 19: Principais resultados fornecidos pela solução do modelo

Variável	Valor
Margem bruta (R\$/ano)	42.309,44
Amendoim (ha)	0,00
Batata doce (ha)	2,52
Milho (ha)	4,76
Autoconsumo (ha)	0,00

Tifton (ha)	0,50
Milheto (ha)	0,40
Aveia e ervilhaca (ha)	1,82
Ureia (kg)	157,18
Superfosfato triplo (kg)	167,17
Cloreto de potássio (kg)	20,64

Fonte: elaborado pelos autores

RESTRIÇÕES DE RECURSOS MONETÁRIOS CIRCULANTES

Na medida em que para implementar suas atividades os agricultores têm que desembolsar uma certa quantia em dinheiro, a disponibilidade de recursos monetários circulantes, e o custo do seu empréstimo pelos agricultores, são aspectos que podem influenciar a definição de sistemas de produção agropecuária. Assim, atividades que exigem maior quantidade de capital para serem praticadas podem se mostrar menos interessantes, ou mesmo impraticáveis, mesmo quando se o seu resultado econômico for elevado.

A formulação de restrições de recursos monetários circulantes implica em uma simulação, mesmo que simplificada, do "fluxo de caixa" da unidade de produção, o que pode se mostrar bastante difícil em certos casos.

RESTRIÇÕES DE ALIMENTAÇÃO DE ANIMAIS

Um dos tipos de modelagem da alimentação animal, a definição de rações de custo mínimo para monogástricos (especialmente aves e suínos), constitui-se em uma aplicação clássica da programação linear. A maior parte das fábricas de ração utilizam corriqueiramente a programação linear. Neste tipo de problema, dados os preços dos alimentos, o teor de nutrientes neles presentes e as necessidades da espécie animal consideradas

as suas características (fase de crescimento, principalmente), pode-se formular uma ração de custo mínimo que, conseqüentemente, proporcionará o maior retorno ao agricultor, assumindo-se que o animal terá o ganho de peso esperado. A minimização da função objetivo é submetida a restrições expressando que a disponibilidade de cada nutriente considerado relevante, fornecidos pelos diferentes alimentos que podem compor a ração, deve ser superior à necessidade dos animais. Este tipo de problema inclui também restrições expressando que a satisfação da necessidade de nutrientes pelos animais não deve levá-los a ingerir uma quantidade de alimentos acima da sua capacidade de ingestão. Em geral, também são incluídas restrições que asseguram que certas proporções entre as quantidades de certos tipos de alimentos devem ser respeitadas.

No entanto, a formulação de restrições relacionadas à alimentação de bovinos visando a produção de leite, assim como a otimização como um todo deste tipo de produção, apresenta uma série de dificuldades. Por este motivo dedicaremos um item específico para a discussão desse tópico.

EXERCÍCIO

Ajude um agricultor a formular uma ração para um lote de 20 leitões em crescimento (fase entre 10 e 20 Kg) e terminação de forma a minimizar o custo da alimentação. As exigências nutricionais dos animais são mostradas na tabela 20.

Tabela 20: Exigências dos animais em energia, proteína e aminoácidos.

Nutriente (unidade)	Exigência diária/leitão	
	Fase crescimento	Fase terminação
Energia digestível (Kcal)	4370	6000
Proteína Bruta (g)	225	300
Cálcio (g)	8,1	5
Fósforo (g)	6,3	4

Sal (g)	6,25	4
Lisina (g)	9,8	7
Metionina + Cistina (g)	7,0	5
Ingestão máxima (g)	1250	3000

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na tabela 21 é mostrada a composição dos alimentos que podem ser empregados para formular a ração.

Tabela 21: Composição dos alimentos que podem entrar na formulação da ração

Alimento	Matéria Seca (%)	Energia dig. (Kcal/Kg)	Prot. Bruta (%)	Cálcio (%)	Fósforo (%)	Lisina (%)	Metionina (%)	Cistina (%)
Milho	89	3610	8,9	0,02	0,31	0,18	0,09	0,09
Mandioca	88	3300	2,0	0,09	0,25			
Farelo soja	89	3338	45,8	0,32	0,67	2,9	0,6	0,67
Far. Trigo	89	2511	16	0,14	1,17	0,6	0,1	0,3
Alfafa seca	93	1435	17,9	1,33	0,24	0,8	0,2	0,32
Far. arroz	91	2907	13,5	0,06	1,82	0,5	0,29	0,1
Far. peixe	93	2994	66	4,5	2,85	5,4	2,19	1,00
Far. ossos	95		12,1	28,98	13,59			
Far. sangue	91	2475	80	0,28	0,22	6,9	0,9	1,4

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na tabela 22 é mostrado o custo de cada alimento que pode ser empregado na formulação da ração.

Tabela 22: Custo por kg dos alimentos

Alimento	Custo (R\$/Kg)
Milho	0,17
Mandioca	0,16
Farelo soja	0,2
Far. Trigo	0,18
Alfafa seca	0,22
Far. arroz	0,21

Far. peixe	0,6
Far. ossos	0,5
Far. sangue	0,3
Sal	1,0

Fonte: Elaborado pelos autores.

Resultados:

O custo mínimo da ração obtido na solução ótima é de R\$ 11,034. A ração de crescimento otimizada é composta por 16,13 kg de milho, 8,74 kg de farelo de soja, 0,45 kg de farelo de osso e 0,125 kg de sal, enquanto que a ração de terminação é composta por 25,83 kg de milho, 8,02 kg de farelo de soja, 0,24 kg de farelo de osso e 0,08 kg de sal.

Quando o custo marginal de substituição é zero, indica que a variável está na base ótima. Quando este valor for maior que zero, ele indica o quanto o valor da função objetivo (custo da ração) aumentará caso seja imposta à solução a introdução de uma unidade da variável em questão na formulação da ração. Por exemplo: a alfafa seca (AS) apresenta neste caso, um custo marginal de substituição de R\$ 0,11, então para cada kg de alfafa seca utilizado na formulação da ração irá aumentar R\$ 0,11 no custo total.

Neste problema os valores duais da solução indicam o quanto o custo da ração aumentaria caso houvesse um aumento na necessidade pelo lote de leitões de uma unidade do nutriente expresso na restrição.

A OTIMIZAÇÃO DA BOVINOCULTURA DE LEITE NA UNIDADE DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A bovinocultura de leite é composta por um conjunto de atividades cuja otimização pode ser analisada por meio da programação matemática. A distribuição das áreas de diferentes pastagens, perenes e temporárias, a quantidade de concentrados

a ser adquirida fora da unidade de produção, a área destinada a produção de volumosos (silagem e feno) e de concentrados (grãos) de distribuição livre, assim como a sua distribuição ao longo do ano, a dimensão do rebanho, o rendimento de leite por vaca (e portanto o tipo de animal a ser criado), a produção de leite ao longo do ano, entre outras, são atividades cujo nível ótimo normalmente figura na solução de problemas de programação matemática envolvendo a produção de leite.

A modelagem da bovinocultura de leite pode ser aplicada para o planejamento forrageiro, isto é, para a definição do sistema de alimentação a curto prazo (normalmente para a próxima fase ou ciclo de crescimento das forrageiras). Neste caso, o rebanho é considerado em seu estado atual, sendo o número de animais de cada categoria observado diretamente.

A modelagem da bovinocultura de leite pode, também, ser aplicada para a estruturação do sistema de produção a médio ou longo prazo. Neste caso, não é possível considerar o número observado de animais em cada categoria, mas considerar o rebanho em equilíbrio reprodutivo para a formulação do problema.

Um rebanho se encontra em equilíbrio reprodutivo quando o número de animais em cada categoria (terneiros, novilhas, vacas em lactação e vacas secas) não varia ao longo dos anos. Isto significa que o número de animais vendidos ou consumidos (principalmente vacas de descarte e terneiros) e o número de animais que morrem a cada ano compensam de forma exata o número de novilhas que, ao dar cria, se transformam em vacas, assim como o número de animais que nascem e são retidos no rebanho (terneiras). Nestas condições, a partir de alguns índices zootécnicos característicos do rebanho (proporção entre vacas em lactação e vacas secas, taxa de mortalidade e idade da primeira cria das vacas) pode-se definir a proporção entre o número de animais de cada categoria em relação às demais.

Ao considerarmos um rebanho em equilíbrio reprodutivo admitimos implicitamente que o número de vacas em lactação é, a médio e longo prazo, o mesmo em cada mês do ano, exceto se o intervalo entre partos das vacas for exatamente de dois meses e o período de lactação de dez meses, ou seja, se considerarmos que cada vaca gera uma cria por ano, sempre no mesmo mês. Tal intervalo entre partos corresponde a 100% de natalidade e 83,33% das vacas em lactação em relação ao total, o qual é um índice muito difícil de ser alcançado. Por isto em problemas de PM o número de vacas em lactação por mês pode ser considerado constante, o que facilita consideravelmente a formulação.

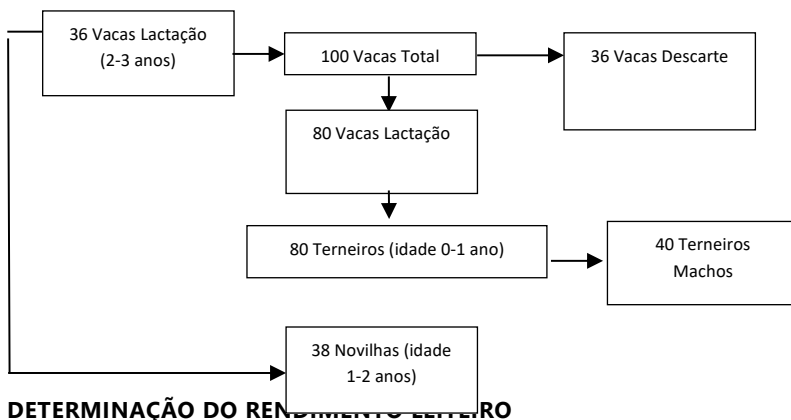
Exemplo da dinâmica de um rebanho bovino em equilíbrio reprodutivo:

Indicadores zootécnicos: Vaca Lactação/Vaca Total = 0,8

Mortalidade anual média = 5%

Idade da primeira cria = 2 anos (final)

Obs.: Venda ou descarte de todos os machos recém-nascidos.



Por meio da PM pode-se otimizar a produção de leite e o número de vacas em lactação e, portanto, o rendimento obtido por vaca. O procedimento utilizado determinar o rendimento de leite

por vaca parte do princípio de que estas têm uma capacidade limitada de ingestão de alimentos, sendo esta capacidade proporcional ao tamanho (peso) do animal e à qualidade dos alimentos. Esta relação pode ser formalizada como,

$$r = \frac{(Pv * Ci * e_a) - e_m}{e_l}$$

onde

r = rendimento de leite por vaca (litros/vaca)

Pv = peso vivo da vaca (kg/vaca)

Ci = capacidade de ingestão de alimento em relação ao peso vivo (%)

e_a = teor de energia do alimento (Mcal/kg)

e_m = energia necessária para a manutenção da vaca (Mcal/vaca)

e_l = energia necessária por litro de leite (Mcal/litro)

Por exemplo, uma vaca de 600 kg de peso vivo, com uma capacidade de ingestão diária de matéria seca de 3% do seu peso e que necessita de 15 Mcal/dia de energia para a sua manutenção, um alimento que fornece 2 Mcal de energia/kg de matéria seca e uma necessidade de energia de 1,15 Mcal/litro de leite, o rendimento de leite diário da vaca seria de,

$$\frac{(600 * 3\% * 2) - 15}{1,15} = 18 \text{ litros/dia}$$

Enfim, é importante salientar que o resultado obtido por este procedimento diz respeito apenas ao potencial de produção permitido pela qualidade da alimentação. Evidentemente, o rendimento que ocorre efetivamente depende de vários outros fatores, como, por exemplo, a aptidão leiteira dos animais, o acesso à água e os relativos ao ambiente (temperatura, umidade, entre outros).

RESTRIÇÕES DE ALIMENTAÇÃO DE REBANHOS DE BOVINOS DE LEITE

Para que se possa estimar o potencial de produção de leite por vaca, as restrições de alimentação do gado devem ser divididas entre restrições apenas para as vacas e restrições que envolvem as categorias do rebanho que não produzem leite.

Um tipo de restrição de alimentação do gado de leite compreende aquelas relacionadas a necessidade e disponibilidade de energia e nutrientes. Muitas vezes apenas as restrições relacionadas à energia são formuladas, devido a energia ser a principal determinante da dieta dos bovinos. Restrições relativas à necessidade e a disponibilidade de proteínas também são comuns, sendo especialmente importantes quando alimentos muito pobres nesse nutriente estão disponíveis (como a silagem de milho, por exemplo).

Uma questão que se coloca, aliás bastante delicada, é a determinação da capacidade de ingestão das vacas em relação ao seu peso vivo, a qual determina o potencial de rendimento leiteiro do rebanho (isto, sem considerar fatores genéticos e ambientais). Esta capacidade depende de fatores físicos, químico-metabólicos, psicogênicos, neuro-hormonais e da ingestão de água², o que torna a modelagem da capacidade de ingestão bastante complexa. No entanto, é possível obter uma boa aproximação considerando apenas a qualidade dos alimentos, a qual pode ser estimada por meio do teor de energia ou (inversamente) pelo teor de fibras. Neste livro consideraremos o teor de energia, sendo a capacidade de ingestão em relação à qualidade considerada mostrada na tabela 23.

Tabela 23: Capacidade de ingestão em relação à qualidade da alimentação

Energia em NDT/MS*	Capacidade de ingestão em relação ao peso vivo
--------------------	--

² OLIVEIRA et. al. Mecanismos reguladores de consumo em bovinos. *Nutri.time*, Vol. 14, Nº 04, jul./ago. de 2017.

60%	2,8%
67%	3,3%
70%	3,6%

Obs.: kg de NDT = 3,608 kcal de energia metabolizável

Fonte: elaborado pelos autores com base em Oliveira et. al., 2017.

A partir da tabela 22 se pode definir regressões que possibilitam determinar a capacidade de ingestão para alimentos cujo teor de energia é diferente dos expressos na tabela. Assim, aplicando a regressão linear aos dados da tabela 15, a capacidade de ingestão (Ci) pode ser obtida a partir do teor de energia do alimento (e) por,

$$Ci = -0,0272 e + 0,0899$$

Salientamos que os coeficientes mostrados na tabela 15 são ilustrativos, tendo sido adotados apenas para permitir explicar a técnica de modelagem.

Devido ao fato dos bovinos serem ruminantes, seu aparelho digestivo não tolera dietas pobres em fibras. Na modelagem da bovinocultura de leite, portanto, devem ser introduzidas expressões que assegurem um teor suficientemente elevado de fibras (mínimo de 70% em geral).

EXERCÍCIO (RENDIMENTO LEITEIRO)

Considerando uma vaca leiteira de 500 Kg de peso vivo, com uma necessidade de 14,2 Mcal de energia e 0,364 kg de proteína bruta por dia para a manutenção do seu estado corporal, assim como uma necessidade de 1,15 Mcal de energia metabolizável e 84 gramas de proteína bruta para a produção de um litro de leite. Para a alimentação desta vaca dispõe-se de dois tipos de pastagem, uma com um teor de energia de 2,1 Mcal/kg de matéria seca e 14% de proteína bruta; e outra com 2,25 Mcal/kg de MS e

16% de proteína bruta. A capacidade de ingestão da vaca em função da qualidade (teor de energia) do alimento é descrita no quadro 1.

Quadro 1: capacidade de ingestão da vaca em função da qualidade (teor de energia) do alimento

Mcal/Kg	Ing. MS em % do Peso Vivo.
2,20	2,78%
2,42	3,27%
2,53	3,60%

- a. Elabore uma planilha para definir o valor dos coeficientes de uma equação de regressão linear para calcular a ingestão de matéria seca por bovinos de leite em função do teor de energia dos alimentos, e para definir os coeficientes da restrição de ingestão. A partir desta equação, determine a capacidade de ingestão de uma vaca de 500 kg de peso vivo para cada alimento. Calcule também qual seria o rendimento de leite por dia obtido com cada pastagem, considerando o seu teor de energia e de proteína.

Resposta:

Equação de regressão: $Ci = 0,02448 e - 0,02618$

Capacidade de ingestão da pastagem com 2,1 Mcal/kg de energia: 12,6153 kg/dia

Capacidade de ingestão da pastagem com 2,25 Mcal/kg de energia: 13,8393 kg/dia

Rendimento leiteiro com a pastagem com 2,1 Mcal/kg de energia: 10,7 litros/dia

Rendimento leiteiro com a pastagem com 2,25 Mcal/kg de energia: 15,9 litros/dia

Rendimento leiteiro com a pastagem com 18% de proteína: 16,7 litros/dia

Rendimento leiteiro com a pastagem com 20% de proteína: 23,2 litros/dia

- b. Considerando que outros fatores não são limitantes ao rendimento leiteiro desta vaca, formule um problema de PL no Lpsolve que indique o máximo rendimento que ela pode ter e, para tanto, qual(is) alimento(s), e em que quantidade, ela deveria consumir.

Resposta: O potencial de produção da vaca seria de 15,9 litros por dia devendo ser alimentada pela pastagem mais rica em nutrientes (14,46 kg/dia).

- c. Reformule o problema anterior considerando agora que se dispõe, além das duas pastagens descritas acima, de um alimento concentrado com 3 Mcal/kg de energia e 40% de proteína, o qual, no entanto, deve constituir no máximo 30% da matéria seca total ingerida pela vaca.

Resposta: o potencial de produção da vaca seria de 22,87 litros por dia, devendo ser alimentada com a pastagem mais rica (11,45 kg/dia) e o concentrado (4,9 kg/dia).

RESTRIÇÕES DE LIGAÇÃO

A modelagem da alimentação de bovinos de leite implica na formulação de uma série de restrições de ligação. Assim, a produção de leite de cada mês do ano, que pode variar de acordo com o teor de energia e de nutrientes dos alimentos, deve ser ligada a uma variável que expresse o total de leite produzido no ano, a qual determinará a receita total obtida com o leite. O mesmo deve ser feito em relação à silagem e à ração fornecidas mensalmente aos animais (vacas em lactação, vacas “secas”, novilhas e terneiros, separadamente). Além disto, um conjunto de restrições deve ser formulado para assegurar que a área equivalente a quantidade total de cada pastagem apreendida pelos animais não seja superior à área total disponível de cada pastagem, em cada mês do ano (vacas em lactação, vacas secas, novilhas e terneiros, separadamente).

EXERCÍCIO (PLANEJAMENTO FORRAGEIRO)

Um agricultor deseja realizar o planejamento forrageiro do seu rebanho para os três meses de verão em uma área de 20 hectares. Os dados relativos à produção leiteira durante a estação estão descritos nas tabelas 24, 25 e 26.

Tabela 24: Características do rebanho

Categoria animal	Cabeças	Necessidade de energia/cabeça	Necessidade de proteína/cab.	Capacidade diária relativa de ingestão	Custo/cabeça
Vacas lactação	20	1.278	32,76	1	R\$ 200
Vacas secas	3	1.530	39	1	R\$ 100
Novilhas	3	1.560	84	0,68	R\$ 150
Terneiras	4	710	40	0,23	R\$ 150

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 25: Características das alternativas de alimentação

Alimento	Energia (Mcal/t)	Proteína (kg PB/t)	Produção total (t MS/ha)	Ingestão máxima das vacas (kg/mês)	Custo
Sorgo	2.000	100	1,2 t/ha	342	R\$ 200/ha
Milheto	2.200	120	1,4 t/ ha	415,2	R\$ 300/ha
Ração	3.000	280		708,9	R\$ 500/tonelada

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 26: Produção das pastagens ao longo da estação

	Sorgo	Milheto
Dezembro	30%	20%
Janeiro	40%	50%
Fevereiro	30%	30%

Fonte: elaborado pelos autores

O coeficiente de ingestão de uma vaca em lactação do modelo foi calculado dividindo a produção relativa de matéria seca por mês de cada pastagem, obtida pela multiplicação das porcentagens mostrada na tabela 26 por mil (obtendo-se a produção em kg/t/mês) pela capacidade de ingestão por vaca, mostrada na tabela 25. Esses resultados são mostrados na tabela 27.

Tabela 27: Distribuição relativa da produção de matéria seca e coeficientes de ingestão das pastagens

	Sorgo		Milheto	
	Matéria seca (kg)	Coeficiente de ingestão	Matéria seca (kg)	Coeficiente de ingestão
Dezembr o	300	0,877192982	200	0,481695568
Janeiro	400	1,169590643	500	1,204238921
Fevereiro	300	0,877192982	300	0,722543353
Total	1000		1000	

Observação: coeficiente de ingestão da ração = $1.000/708,9 = 1,41064$

A partir dos dados e resultados mostrados nas tabelas 24, 25, 26 e 27,

a) formule um modelo de programação linear considerando que um litro de leite exige 1,15 Mcal de energia e 84 g de proteína bruta, e que pelo menos 70% dos alimentos ingeridos devem ser volumosos (60% para terneiros) e o preço do leite de R\$ 1,1 por litro, determine a margem bruta máxima que poderia ser obtida, a produção de leite, o rendimento de leite/vaca/dia e o sistema de alimentação para o rebanho obtido.

Resultados: os principais resultados são mostrados na tabela 28.

Tabela 28: margem bruta, produção de leite, rendimento leiteiro e sistema de alimentação obtidos.

Margem Bruta (R\$)	20.454,08
Produção de leite (litros)	32.011,66
Rendimento (l/vaca/dia)	17,78
Sorgo (ha)	9,55
Milheto (ha)	10,45
Ração (t)	8,73

Fonte: elaborado pelos autores.

b) a partir da solução obtida analise a distribuição dos alimentos e a ingestão relativa de volumosos pelas categorias de animais.

Resultados: os principais resultados são mostrados na tabela 29.

Tabela 29: Distribuição dos alimentos e ingestão relativa de volumosos por categoria animal

	Sorgo	Milheto	Ração	Total	Vol./total
Vacas em lactação	4,18	14,08	7,77	26,04	70%
Vacas secas	1,85	0,00	0,29	2,15	70%
Terneiras	0,47	0,28	0,38	1,13	60%
Novilhas	1,58	0,26	0,28	2,13	70%
Total	8,09	14,62	8,73	40,16	

Fonte: elaborado pelos autores.

Observação importante: para ajustar a produção de matéria seca às necessidades do rebanho, foi necessário produzir uma sobra de sorgo.

c) a partir da solução obtida analise a produção e o rendimento leiteiro em cada mês;

Resultados: os principais resultados são mostrados na tabela 30.

Tabela 30: Produção e rendimento leiteiro diário em cada mês

	Produção (litros)	Rendimento (litros/vaca/dia)
Dezembro	7.920,74	13,20
Janeiro	12.710,89	21,18
Fevereiro	11.380,03	18,97
Total	32.011,66	17,78

Fonte: elaborado pelos autores

d) indique qual seria a margem bruta e o sistema de alimentação obtidos pela solução do problema considerando que as vacas possuem um potencial de rendimento de 14 litros/dia/vaca.

Resultados: tabela 31

Tabela 31: Margem bruta e sistema de alimentação com potencial de 14 litros/vaca.

Margem Bruta (R\$)	14.811,08
Produção de leite (litros)	25.200,00
Rendimento (l/vaca/dia)	14,00
Sorgo (ha)	14,17
Milheto (ha)	5,83
Ração (t)	5,95

Fonte: elaborado pelos autores

EXERCÍCIO (SISTEMA DE PRODUÇÃO)

Um agricultor deseja planejar o seu sistema de produção, definindo a estrutura do rebanho de leite a ser adotada, e a área a ser ocupada por esta atividade e pelas culturas da soja e do trigo. Ele dispõe de 25 hectares e 312 horas de trabalho familiar por mês. A soja poderia lhe render R\$ 1.400,00/ha e o trigo, R\$ 600,00/ha, sendo as necessidades de trabalho de 5 horas/ha em abril e 4 horas/ha em novembro para a soja, e 3 horas/ha em junho e 3 horas/ha em outubro para o trigo. . O preço do leite é R\$ 1,50/litro e da carne R\$ 3,00/Kg PV. O custo anual por vaca em lactação é de R\$ 800/cabeça, por vaca seca R\$ 400/cabeça, por terneiro R\$ 600/cabeça e por novilha R\$ 500/cabeça. O peso vivo (PV) das vacas é de 500 Kg.

As atividades que podem compor o sistema de alimentação do gado leiteiro, e suas características estão descritas na tabela 32.

Tabela 32: Rendimento, teores de energia e de proteína, custo monetário e necessidade de trabalho das atividades que podem compor o sistema de criação.

Atividade	Rendimento (kg MS /ha)	Energia (Mcal/kg MS)	Proteína (kg PB/kg MS)	Custo (R\$/ha)	Trabalho (horas e mês)
Potreiro	2.000	1,9	0,10	250	1 (outubro)
Tifton	5.000	2,0	0,15	350	1 (setembro)
Milheto	6.000	2,0	0,12	700	2 (setembro)
Aveia	3.000	2,2	0,15	550	2 (abril)
Azevém	3.000	2,2	0,15	500	2 (maio)
Silagem	8.000	2,58	0,08	1200	6 (janeiro) e 4 (outubro)
Ração (ton)		2,8	0,18	2620	

Fonte: Elaborado pelos autores.

A ordenha e o fornecimento de alimentos de distribuição livre demanda 10 horas/mês/vaca em lactação. A proporção de vacas em lactação em relação ao total de vacas é de 80% (96% de natalidade) e a taxa de mortalidade é de 3% a.a., sendo que as novilhas têm sua primeira parição no final do seu segundo ano de vida. A partir desses índices zootécnicos foram obtidos os coeficientes da composição relativa do rebanho mostrados na tabela 33, a qual descreve também o peso e as necessidades de energia e proteína por animal de cada categoria.

Tabela 33: Composição relativa do rebanho, peso e necessidade de energia proteína dos animais

	Composição (/vaca lact.)	Peso (kg/ca b)	Relati vo	Energia (Mcal/mês/c ab)	Proteína (kg/cab/m ês)
Vacas lactação	1	500	1	425	11
Vacas secas	0,250	500	1	510	13
Terneiras fêmeas	0,6	112,5	0,225	236	13
Nov. 1-2 anos	0,582	337,5	0,675	519	28
Vacas de reforma	0,548	500			
Litro de leite (3,5% gordura)				1,15	0,084

Fonte: NRC (1989)

Na tabela 34 é mostrada a produção de matéria seca ao longo do ano pelas pastagens.

Tabela 34: Produção de matéria seca por mês relativa a uma produção anual de uma tonelada

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	200	250	250		
Fevereiro	100	150	200		
Março	70	100	100		
Abril	50	80	100		
Maio	30	20			
Junho	20			200	
Julho	10			300	200
Agosto	20			300	300
Setembro	100	50		200	350
Outubro	100	100	100		150
Novembro	150	100	100		
Dezembro	150	150	150		
Total	1000	1000	1000	1000	1000

Fonte: NRC (1989)

A tabela 35 mostra a produção de energia por mês das pastagens relativamente a uma produção anual de uma tonelada por ano de matéria seca.

Tabela 35: Produção de energia por mês relativa a uma produção de matéria seca de uma tonelada por ano

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	380	500	500		
Fevereiro	190	300	400		
Março	133	200	200		
Abril	95	160	200		
Maio	57	40			
Junho	38	0		440	
Julho	19	0		660	440
Agosto	38	0		660	660
Setembro	190	100		440	770
Outubro	190	200	200		330
Novembro	285	200	200		

Dezembro	285	300	300		
Total	1900	2000	2000	2200	2200

Fonte: NRC (1989).

A tabela 36 mostra a produção de proteína por mês das pastagens relativamente a uma produção anual de uma tonelada por ano de matéria seca.

Tabela 36: Produção de proteína por mês relativa a uma produção de matéria seca de uma tonelada por ano

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	20	37,5	30		
Fevereiro	10	22,5	24		
Março	7	15	12		
Abril	5	12	12		
Maio	3	3			
Junho	2	0		30	
Julho	1	0		45	30
Agosto	2	0		45	45
Setembro	10	7,5		30	52,5
Outubro	10	15	12		22,5
Novembro	15	15	12		
Dezembro	15	22,5	18		
Total	100	150	120	150	150

Fonte: NRC (1989)

A capacidade de ingestão de matéria seca por mês para a vacas foi obtida a partir da tabela 37.

Tabela 37: Regressão linear entre teor de energia e capacidade de ingestão das vacas adultas

Mcal/kg MS	% PV vaca	Kg/dia/vaca
2,20	2,78%	13,9
2,42	3,27%	16,3
2,53	3,60%	18,0
inclinação	0,024929903	
intercepção	-0,027216931	

Fonte: elaborado pelos autores

Aplicando a regressão linear cujos coeficientes são mostrados na tabela 35, um kg de potreiro fornece 1,9 Mcal de energia metalizável (EM). Aplicando a este dado a regressão descrita na tabela, a capacidade de ingestão diária de uma vaca seria de 2,01% do seu peso vivo. Para uma vaca de 500 kg de peso vivo a capacidade de ingestão, portanto, é de 10,07 kg por dia, o que, multiplicando por 30 nos fornece 302,25 kg por mês. Este mesmo raciocínio foi também aplicado para as demais pastagens, do que resultou a tabela 38.

Tabela 38: Capacidade de ingestão das vacas adultas de cada fonte de alimento

	Mcal/Kg	Ing MS % PV	Ing MS kg/dia	Ing MS kg/mês
Potreiro	1,9	2,01%	10,075	302,25
Tifton	2,0	2,26%	11,32	339,64
Milheto	2,0	2,26%	11,32	339,64
Aveia	2,2	2,76%	13,81	414,43
Azevém	2,2	2,76%	13,81	414,43
Silagem	2,58	3,70%	18,52	555,60
Ração	2,8	4,26%	21,29	638,70

Fonte: elaborado pelos autores

A partir da capacidade de ingestão de cada alimento, foram calculados os coeficientes das restrições de ingestão do modelo. No caso das pastagens, a capacidade de ingestão foi dividida pelo fornecimento de matéria seca em cada mês (proporcionalmente a uma tonelada). Para que este procedimento seja compreendido, voltemos ao exemplo do potreiro. A restrição de ingestão para esta pastagem em janeiro é,

$$302,25 \text{ vaca} - 200 \text{ potreiro} \geq 0$$

o que significa que uma tonelada de potreiro produzida no ano poderia ser ingerida por, pelo menos, 0,66 vacas. Dividindo a capacidade de ingestão da vaca e o fornecimento de matéria seca pelo potreiro em janeiro pela própria capacidade de ingestão da vaca temos,

$$\text{vaca} - 0,662 \text{ potreiro} \geq 0$$

Este procedimento foi aplicado para todas as pastagens, colocadas em uma mesma restrição para cada categoria animal e a cada mês. Os resultados são mostrados na tabela 39.

Tabela 39: Coeficientes do modelo de programação linear relativos à capacidade de ingestão

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	0,662	0,736	0,736		
Fevereiro	0,331	0,442	0,589		
Março	0,232	0,294	0,294		
Abril	0,165	0,236	0,294		
Maio	0,099	0,059			
Junho	0,066			0,483	
Julho	0,033			0,724	0,483
Agosto	0,066			0,724	0,724
Setembro	0,331	0,147		0,483	0,845
Outubro	0,331	0,294	0,294		0,362
Novembro	0,496	0,294	0,294		
Dezembro	0,496	0,442	0,442		

Fonte: elaborado pelos autores

No caso dos alimentos que são armazenados e distribuídos livremente ao longo do ano, o coeficiente é obtido simplesmente dividindo uma tonelada pela capacidade de ingestão. Assim, o coeficiente de ingestão para a silagem é de $555,60/1000 = 1,8$ e para a ração, $638,70/1000 = 1,57$.

Enfim, é importante observar que a capacidade de ingestão da ração deve ser limitada à, no máximo, 30% da matéria seca ingerida pelos animais a partir do seu primeiro ano de vida e, antes desta idade, à 40% da matéria seca ingerida. Além disso, para evitar mudanças bruscas no rendimento leiteiro das vacas, a variação da produção de leite entre os meses foi limitada a 1.000 litros.

Os principais resultados obtidos pela solução do problema são mostrados na tabela 40.

Tabela 40: Principais resultados obtidos a partir da solução do modelo

Margem bruta total (R\$)	88.054,64
Margem da bruta bovinocultura de leite (R\$)	76.418,05
Margem bruta da soja (R\$)	7.901,64
Margem bruta do trigo (R\$)	3.734,95
Produção de leite (l)	202.684,04
Área de soja (ha)	5,64
Área de trigo (ha)	6,22
Área de potreiro (ha)	0,00
Área de tifton (ha)	7,89
Área de milheto (ha)	2,13
Área de milho silagem (ha)	9,34
Área de aveia (ha)	9,23
Área de azevem (ha)	1,66
Ração consumida (t)	71,60
Rendimento leiteiro (l/vaca/dia)	21,99
Vacas em lactação (cabeças)	25,60
Vacas secas (cabeças)	6,40
Terneiras (cabeças)	15,36
Novilhas (cabeças)	14,90
Vacas de reforma (cabeças)	14,03

Fonte: elaborado pelos autores

Como pode ser observado na tabela 40, a solução do modelo indica que, apesar de ocupar pouco mais da metade da área da unidade de produção, bovinocultura de leite seria responsável por cerca de 84% da margem bruta gerada. Isto ocorre devido a produção de leite ser relativamente intensiva, como indica o número de animais, o consumo de ração e a área de silagem, relativamente elevados. Neste sentido, é interessante também salientar que o rendimento leiteiro das vacas mostrado na tabela 40 pode ser considerado relativamente elevado.

CATEGORIAS SOCIAIS DE AGRICULTORES E MODELAGEM DE SISTEMAS DE PRODUÇÃO COM RECURSOS MÓVEIS

A mobilidade dos recursos em uma unidade de produção é definida pela possibilidade do agricultor de contratar trabalho, fazer empréstimos de recursos financeiros e comprar insumos e equipamentos. Esta mobilidade é diretamente relacionada às relações sociais mantidas na unidade de produção, definindo diferentes critérios de alocação de recursos.

Os agricultores familiares são os que mantêm sistemas de produção que dependem estruturalmente do trabalho que pode ser fornecido pela família. Assim, como trabalhadores, os agricultores familiares procuram maximizar a renda por unidade de trabalho em suas unidades de produção, na medida em que a sua mão de obra, fornecida por ele e sua família, é fixa (não podendo ser dispensada). Esta característica da agricultura familiar faz com que ela tenda a manter sistemas de produção mais diversificados, capazes de explorar as complementaridades entre os recursos disponíveis na unidade de produção, com o intuito de evitar a compra de recursos externos.

No caso dos capitalistas, estes podem dispensar trabalhadores para investir o valor monetário dos salários em atividades menos intensivas em trabalho, ou em atividades fora da unidade de produção. Isto permite, também, que os capitalistas possam utilizar os recursos que seriam empregados para pagar salários para adquirir meios de produção fora da unidade, o que proporciona uma alta mobilidade dos recursos na agricultura capitalista.

Os agricultores patronais são os que utilizam trabalho familiar diretamente para a realização das atividades agropecuárias, mas dependem estruturalmente de mão de obra contratada. Neste caso, embora a mobilidade dos recursos seja

maior, o critério de decisão adotado em geral é mais próximo ao da agricultura familiar do que da agricultura capitalista.

A modelagem matemática nos permite analisar de forma precisa os processos que levam os agricultores familiares a diversificar os seus sistemas de produção. Assim, considerando o modelo geral de programação linear, descrito como,

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Sujeito às restrições

$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n \leq b_1$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n \leq b_2$$

...

$$a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \leq b_m$$

Ou, de forma matricial,

Maximizar cx

Sujeito à

$$Ax \leq b$$

onde

x = vetor de atividades (1 a n)

c = vetor dos resultados econômicos (1 a n)

A = matriz de coeficientes técnicos ($n \times m$)

b = vetor de recursos disponíveis (1 a m)

Considerando-se a matriz A de coeficientes técnicos com $n \times m$ elementos, a solução de um problema desse tipo tem como resultado um sistema ótimo que apresentará um número de atividades n' igual ao número m' de restrições efetivas (isto é, cujos recursos são limitantes). Em outras palavras, o sistema será tão diversificado quanto forem os diferentes recursos que limitam efetivamente a produção, com a solução do modelo expressando, assim, a complementaridade das atividades no uso de tais recursos. O interessante é que uma rigorosa consideração dessa complementaridade é uma condição necessária para a maximização do resultado econômico. Assim, se considerarmos a sazonalidade da produção, diferentes condições topográficas,

químicas, físicas e biológicas de solo, limitações de liquidez, limitações relacionadas ao calendário de trabalho e de uso de equipamentos, limitações relacionadas à alimentação dos animais, etc., normalmente presentes em uma unidade de produção agropecuária, é possível compreender a diversificação como uma prática perfeitamente racional. É importante salientar que no modelo descrito acima as disponibilidades de recursos são fixas, o que corresponde ao caso da agricultura familiar na qual há uma baixa mobilidade dos recursos disponíveis originada, fundamentalmente, pelo fato dele não poder dispensar mão de obra. Ocorre que o agricultor familiar não dispõe da alternativa de dispensar mão de obra (pois esta é parte da sua família) para melhorar a produtividade do trabalho no interior da sua unidade de produção. A única forma de conseguir aumentar tal produtividade, e assim aumentar sua renda, é por meio de atividades que gerem mais valor agregado por área, as quais por exigirem mais trabalho permitem ocupar a mão de obra familiar de forma mais plena. Mas para respeitar a disponibilidade dos demais recursos (além da mão de obra), o agricultor tende a diversificar o seu sistema de produção. O resultado é uma utilização mais plena dos recursos disponíveis, o que impossibilita a sua “venda” como, por exemplo, por meio do arrendamento das terras ou o emprego dos fundos circulantes em outras atividades. Em outras palavras, os recursos tornam-se pouco móveis.

Um exemplo numérico simples, descrito a seguir, no qual um agricultor procura maximizar sua renda pela combinação das culturas de feijão, de milho e de soja, sob as restrições de superfície de terra, mão de obra (exclusivamente familiar) e recursos financeiros para a compra de insumos (custeio), ilustra esta situação:

Função objetivo: Maximizar $1.600 \text{ Feijão} + 1.200 \text{ Milho} + 1.000 \text{ Soja}$
 Sujeita às restrições

Terra) Feijão + Milho + Soja ≤ 25

Trabalho) 6 Feijão + 3 Milho + 2 Soja ≤ 90

Custeio) 300 Feijão + 600 Milho + 100 Soja ≤ 9.000

A solução deste problema é:

Função objetivo: R\$ 31.500

Feijão: 7,5 hectares

Milho: 10 hectares

Soja: 7,5 hectares

Neste caso, portanto, o agricultor manteria um sistema diversificado devido às restrições relativas aos recursos que ele dispõe.

No caso de uma unidade de produção capitalista na qual há uma perfeita mobilidade dos recursos disponíveis a formulação do modelo passa a ser

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n - g_kr_k$$

Sujeito às restrições

$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n - r_1 \leq b_1$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n - r_2 \leq b_2$$

...

$$a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n - r_k \leq b_m$$

Ou de forma mais sintética:

$$\text{Maximizar } cx - g_k$$

Sujeito à

$$Ax - r \leq b$$

onde

x = vetor de atividades (1 a n)

c = vetor dos resultados econômicos (1 a n)

r = vetor de recursos que podem ser adquiridos (1 a k , sendo $k \leq m$)

g = gastos monetários por unidade de recurso adquirido (1 a k , sendo $k \leq m$)

A = matriz de coeficientes técnicos ($n \times m$)

b = vetor de recursos disponíveis (1 a m)

Neste modelo, a adição das atividades r possibilita que a solução ótima indique apenas uma atividade produtiva x mantendo a condição de igualdade entre o número de atividades da base n' ótima e o número de restrições efetivas m' (sendo, neste

caso, $k' = m' - 1$). Assim, no caso das unidades de produção capitalistas, cujas relações de produção baseadas no trabalho assalariado as levam a exibir uma alta mobilidade dos recursos, a busca da maximização da rentabilidade do capital (ou seja, do lucro, e não da remuneração do trabalho como no caso da agricultura familiar), passa a ser o seu principal critério de alocação de recursos. A alta mobilidade dos recursos permite, assim, que as unidades de produção capitalistas se especializem, aumentando a sua escala de produção em atividades para as quais as condições de mercado são as mais favoráveis, contornando as restrições impostas pelos recursos disponíveis no interior da unidade de produção por meio da compra de insumos ou equipamentos. O resultado desse processo é a tendência a uma crescente artificialização dos agroecossistemas das unidades de produção capitalistas, mesmo quando isto implica em uma degradação dos recursos naturais.

Par ilustrar esta situação foi elaborado um exemplo numérico considerando as mesmas condições técnicas do exemplo elaborado para a agricultura familiar descrito anteriormente. Neste modelo considera-se a disponibilidade total de capital como única restrição externa à produção, sendo que este capital deve ser investido na contratação de mão de obra e no arrendamento de terras. Além disto, o investidor tem a possibilidade de tomar emprestado recursos financeiros para a compra de insumos (custeio), pelo qual ele pagará juros. As exigências dos recursos são expressas por restrições internas. O modelo é descrito como:

Função objetivo: Maximizar $1.600 \text{ Feijão} + 1.200 \text{ Milho} + 1.000 \text{ Soja} - 40 \text{ MdO} - 80 \text{ ATerra} - 0,12 C$

Sujeito às restrições

Terra) $6 \text{ Feijão} + 3 \text{ Milho} + 2 \text{ Soja} - \text{ATerra} \leq 0$

Trabalho) $6 \text{ Feijão} + 3 \text{ Milho} + 2 \text{ Soja} - \text{MdO} \leq 0$

Custeio) $300 \text{ Feijão} + 600 \text{ Milho} + 100 \text{ Soja} - C \leq 0$

Recursos financeiros próprios) $40 \text{ MdO} + 80 \text{ ATerra} \leq 180.000$

onde, além das variáveis já descritas,

MdO = mão de obra contratada

Aterra = terra arrendada

C = recursos financeiros para custeio

A solução obtida foi:

Função objetivo: R\$ 931.500

Feijão: 0 hectares

Milho: 0 hectares

Soja: 1.125 hectares

Mão de obra contratada (MdOC): 2.250 horas

Arrendamento de terras (Aterra): 1.125 hectares

Recursos para custeio (C): R\$ 112.500

Neste caso, a possibilidade de relaxar as restrições de recursos por meio da sua aquisição resulta que a única restrição ativa do problema é a relativa ao capital total. Isto permitiu ao investidor especializar o seu sistema de produção na cultura que, apesar de proporcionar o menor resultado econômico por superfície, é a que lhe proporciona a maior margem devido aos preços dos recursos relacionados à sua exigência para cada atividade.

Pode-se objetar que a incerteza que caracteriza as atividades agrícolas, associada à menor capacidade dos agricultores familiares em suportar perdas, pode fazer com que a simples maximização do resultado econômico formalizada nos modelos acima não expresse adequadamente os objetivos dos agricultores familiares. Por outro lado, a diversificação das atividades para tornar os resultados econômicos mais estáveis (embora, em geral, em média mais baixos) é uma das práticas cuja racionalidade pode ser facilmente evidenciada por meio da modelagem matemática, o que reforça ainda mais a tendência à diversificação dos sistemas familiares de produção. Já no caso das unidades de produção capitalistas, pode-se também facilmente demonstrar que a sua maior capacidade de suportar perdas torna a especialização mais atrativa, na medida em que esta permite maximizar o resultado econômico médio.

A análise dos modelos realizada nos parágrafos anteriores ajuda a explicar porque as unidades de produção familiares, cuja mobilidade do trabalho é baixa, o que provoca uma diminuição da mobilidade dos demais recursos produtivos, tendem a ser mais diversificadas e podem, assim, obter resultados econômicos por superfície superiores aos das unidades de produção capitalistas, nas quais há uma alta mobilidade dos recursos. Isto contribui também para explicar porque os agricultores familiares tendem a considerar com mais precisão a disponibilidade de cada recurso disponível, procurando utilizá-los da forma a mais eficiente possível, na medida em que eles não têm a opção de compensar as limitações de recursos em suas unidades de produção pela aquisição de recursos fora da mesma. Os resultados mostrados na simulação ajudam a explicar também porque em geral as unidades familiares utilizam mais mão de obra (3,6 horas/ha contra 2 horas/ha pelo capitalista nas simulações) e geram mais renda por superfície do que as capitalistas (R\$ 1.260,00/ha e R\$ 828,00/ha, respectivamente, neste último caso considerando-se o resultado econômico gerado pela cultura da soja, isto é, a função objetivo menos o pagamento da mão de obra, do arrendamento das terras, e dos juros dos recursos para custeio).

É interessante observar que a tendência à diversificação exibida pelos sistemas de produção da agricultura familiar se expressa pelos mesmos processos que presidem a estruturação dos ecossistemas naturais em regiões com abundância de recursos. Como pode ser observado nas florestas tropicais, nestes casos a exploração dos recursos disponíveis é maximizada pela diversidade de espécies. É possível, portanto, afirmar que os critérios econômicos que definem os sistemas de produção familiares apresentam uma compatibilidade maior com a dos ecossistemas naturais do que os critérios capitalistas, o que torna a agricultura familiar tendencialmente menos agressiva ao ambiente.

EXERCÍCIO

Na tabela 41 abaixo estão apresentadas a margens de contribuição à renda, as necessidades de trabalho, os custos de custeio e a necessidade de equipamentos das culturas que um agricultor pode plantar em uma área de 50 hectares, com uma disponibilidade de mão de obra de 200 horas mensais. O agricultor dispõe de R\$ 39.000,00 de recursos próprios para o custeio da safra, e máquinas e equipamentos para cultivar no máximo um total de 100 hectares.

Tabela 41: Características técnicas e econômicas das culturas

	Milho	Feijão	Soja
Margem de contribuição (R\$/ha)	1.000	800	1.300
Necessidade de trabalho em outubro (horas/ha)	3	4	5
Necessidade de trabalho em janeiro (horas/ha)	3	3	7
Necessidade de trabalho em abril (horas/ha)	5		4
Custeio (R\$/ha)	800	500	1.200
Equipamentos (ha)	1	1	1

Fonte: elaborado pelos autores

Baseando-se nesses dados,

a) Formule um problema para otimizar o sistema de cultura considerando apenas os recursos próprios do agricultor. Obtenha a margem total de contribuição e a produtividade marginal de cada fator de produção e explique o seu significado econômico.

Resposta: a margem bruta seria de R\$ 49.750,00, obtida por meio do cultivo de 17,5 hectares de milho, 20 de feijão e 12,5 de soja.

b) Reformule o problema do item 1 considerando que o agricultor pode fazer um empréstimo para custeio a uma taxa de juros de 10% por safra. Obtenha a margem total de contribuição e o sistema de produção que o proporcionaria.

Resposta: a margem bruta seria de R\$ 51.875,00, obtida por meio do cultivo de 30 hectares de milho, 7,5 de feijão e 12,5 de soja.

c) Reformule o problema do item 1 considerando que o agricultor pode arrendar terra a um preço de R\$ 400,00/ha. Obtenha a margem total de contribuição e o sistema de produção que o proporcionaria.

Resposta: a margem bruta seria de R\$ 49.882,35, obtida por meio do cultivo de 32,94 hectares de milho e 25,29 de feijão (a soja não seria cultivada).

d) Reformule o problema do item 1 considerando que o agricultor pode contratar mão de obra a um preço de R\$ 10,00/hora. Obtenha a margem total de contribuição e o sistema de produção que o proporcionaria.

Resposta: a margem bruta e o sistema de produção são os mesmos obtidos sem a possibilidade de contratação de mão de obra (item “a”). Isto ocorre porque a produtividade marginal da mão de obra é inferior à remuneração que seria proporcionada aos trabalhadores contratados.

e) Reformule o problema do item considerando que o agricultor pode pedir empréstimo para custeio, arrendar terra e contratar trabalho nas condições descritas nos itens anteriores. Obtenha a margem total de contribuição, o sistema de produção que a proporcionaria e a produtividade marginal de cada recurso.

Resposta: a margem bruta seria de R\$ 91.900,00 obtida por meio do cultivo de 100 hectares de soja (o milho e o feijão não seriam cultivados). A produtividade marginal do recurso financeiro emprestado, da área de terra arrendada e da mão de obra contratada é igual aos seus custos unitários que constam na função objetivo.

g) Com base nos resultados obtidos, discuta e influência da categoria social do agricultor sobre a combinação das culturas no

sistema de produção e suas possíveis consequências sobre a sustentabilidade.

Resposta: a situação em que o agricultor não pode adquirir recursos externos, de uma maneira geral, corresponde à dos agricultores familiares e a situação em que há a possibilidade de adquirir recursos externos é típica da agricultora capitalista. Como mostram os resultados, a composição do sistema de produção exclusivamente a partir da disponibilidade interna dos recursos implicou em um sistema de produção mais diversificado. No caso em que todos os recursos puderam ser adquiridos fora da unidade de produção, o sistema de produção se especializou em uma cultura. Como os ecossistemas naturais são tipicamente diversificados (pelo fato de serem submetidos a várias restrições ativas), pode-se afirmar que a agricultura familiar tende a manter sistemas de produção mais sustentáveis, na medida em que eles apresentam uma dinâmica mais compatível com a dos sistemas naturais.

5

PROGRAMAÇÃO MISTA

Como discutido no anteriormente, a programação linear (PL) constitui-se na base para a aplicação da programação matemática (PM) na modelagem de UPA's. Isto porque, problemas com relações não-lineares entre variáveis (multiplicação, divisão e potência) apresentam ótimos locais, sem que, muitas vezes, os métodos de solução possam discernir o ótimo global. Mesmo a presença de poucas expressões altamente não-lineares (especialmente nas restrições) pode proporcionar soluções de pouca valia para a análise do sistema de produção. Por exemplo, modelos altamente não-lineares podem indicar soluções que proporcionam resultados econômicos inferiores ao já observado na unidade de produção.

No entanto, em muitos casos pode ser interessante (e algumas vezes até imprescindível) a considerações de relações não lineares provocadas pela presença de variáveis em números inteiros ou binários. Nestes casos, a solução dos problemas é mais fácil e as soluções obtidas são praticamente tão robustas quanto as fornecidas pela programação linear, embora o tempo de processamento seja bem maior. Problemas em que apenas uma parte das variáveis são em números inteiros ou binários são denominados de problemas de programação mista. Aplicações clássicas deste tipo de programação compreendem problemas que consideram gastos fixos, como o de máquinas ou equipamentos com custos não proporcionais e a contratação de trabalhadores permanentes. Outra aplicação interessante da programação mista diz respeito à problemas que envolvem a escolha entre atividades ou sistemas de produção excludentes entre si. Essas aplicações serão analisadas a seguir.

PROGRAMAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS: MODELAGEM COM GASTOS FIXOS

A introdução de variáveis que só podem assumir valores inteiros em problemas de PM não implica em métodos matemáticos muito distintos dos utilizados na PL. Na verdade um dos métodos mais utilizados para a solução de problemas de PM com números inteiros, denominado "branch and bound" (literalmente "ramificar e amarrar") consiste em encontrar a solução obtida considerando-se o problema como se ele fosse de PL e depois ajustá-la restringindo os valores das variáveis inteiras aos dois inteiros mais próximos sucessivamente, retendo a solução que proporcionar o valor da função objetivo mais alto. Em relação à variáveis binárias, é adotado o mesmo procedimento. No entanto, mesmo assim a introdução de variáveis inteiras ou binárias corresponde, rigorosamente, à consideração de não linearidades no problema, o que justifica classificar os problemas que as inclui como de PNL.

A aplicação mais comum da PM com números inteiros é a consideração de atividades cuja contribuição ao resultado econômico global não é constante por unidade de área. A depreciação de máquinas e equipamentos, assalariados permanentes e impostos não proporcionais à área cultivada ou à produção só podem ser expressos por variáveis cujos valores são números inteiros. A formulação da função objetivo com estas variáveis não apresenta nenhuma particularidade, sendo que os pacotes informáticos específicos de PM geralmente permitem que se defina um certo número de variáveis inteiras. A formulação de restrições que ligam as variáveis em números inteiros às atividades permite que seja estabelecido um limite máximo para a escala de produção de tais atividades por unidade da variável em número inteiro considerada. Por exemplo, pode-se definir a área máxima que uma colheitadeira pode ser utilizada para uma ou mais culturas e a partir disso analisar a viabilidade ou não da

compra da colheitadeira dada a superfície disponível para tais culturas na UPA.

EXERCÍCIO

Na tabela 42 estão apresentadas a margem bruta e a necessidade de trabalho de cada cultura que um agricultor pode plantar em uma área de 100 hectares. O agricultor possui uma disponibilidade de tempo de trabalho familiar de 312 horas mensais.

Tabela 42: Margem bruta e necessidades de trabalho das alternativas de cultura

	Culturas de verão		Culturas de inverno		
	Soja	Milho	Trigo	Canola	Aveia
Margem bruta (R\$/ha)	1100	1500	700	350	300
Trabalho em outubro (horas/ha)		5			
Trab. em novembro (horas/ha)	5				
Trabalho em abril (horas/ha)	3	5			2
Trabalho em maio (horas/ha)			4	5	
Trabalho em setembro (horas/ha)			5	7	4

Fonte: Elaborado pelos autores

Para plantar milho o agricultor tem que adquirir uma semeadeira específica para esta cultura, o que acarretaria uma depreciação de R\$ 2.000/ano. A capacidade de uma semeadeira de milho, nas condições da UPA em questão, é de semear até 60 ha/ano. Além disto, o agricultor pode contratar um trabalhador permanente que lhe proporcionaria 176 horas mensais de trabalho, a um salário de R\$ 14.000,00 por ano. O agricultor considera que uma gramínea deve ser sucedida por uma "folha larga" na mesma parcela pelo menos uma vez a cada três anos (máximo dois de gramínea). Enfim, para assegurar uma produção de biomassa adequada o agricultor deseja que toda a área de inverno seja cultivada.

Formule um problema de programação mista e, a partir da sua solução, indique qual a área de cada atividade que ele deveria cultivar para maximizar a margem bruta a ser obtida e, se, com este sistema de produção a margem proporcionada pelo plantio de milho compensaria a depreciação da semeadeira e a contratação de trabalho permanente.

Resposta: a solução é apresentada na tabela 43.

Tabela 43: Solução do problema com gastos fixos

	Valor
Margem bruta total (R\$)	163.500
Soja (ha)	40
Milho (ha)	60
Trigo (ha)	70
Canola (ha)	30
Aveia (ha)	0
Semeadeira para milho	1
Trabalhadores permanentes contratados	2

Fonte: elaborado pelos autores

PROGRAMAÇÃO COM NÚMEROS BINÁRIOS: ESCOLHA DE SISTEMAS EXCLUDENTES

A possibilidade de representar números binários em problemas de programação matemática permite o desenvolvimento de várias aplicações interessantes para a análise e o planejamento de sistemas de produção agropecuária. Discutiremos aqui uma dessas aplicações: a modelagem da escolha de sistemas excludentes.

A escolha de atividades ou sistemas excludentes entre si é efetuada por meio de variáveis em números binários, ou seja, números que só podem assumir os valores zero ou um. A formulação de problemas de PM com números binários é muito semelhante à de problemas com números inteiros. Assim, as atividades relacionadas a cada sistema excludente devem estar

ligadas a uma variável binária diferente. Porém, além disso, deve ser também formulada uma restrição determinando que a soma de todas as variáveis binárias deve ser igual a 1 (ou, para facilitar a solução, menor ou igual a 1). Assim, apenas um sistema poderá ser selecionado, sendo os demais excluídos (na medida em que apenas um poderá assumir o valor da unidade, sendo os demais de valor zero).

EXERCÍCIO

Na tabela 44 estão apresentadas a margem bruta/ha de culturas olerícolas convencionais e orgânicas, assim como as necessidades e a disponibilidade de trabalho para a realização das operações agrícolas para realiza-las.

Tabela 44: Margem bruta das culturas e necessidade e disponibilidade de tempo de trabalho para as operações agrícolas.

	Sistema convencional				Sistema orgânico				Horas disponíveis
	Tomate	Cebola	Alho	Repolho	Tomate	Cebola	Alho	Repolho	
Margem bruta (R\$/ha)	3.000	2.000	2.500	1.500	4.000	3.000	3.500	2.000	
Plantio (horas/ha)	30	6	6	10	40	35	35	30	160
Tratos culturais (horas/ha)	5	6	6	10	40	35	35	30	160
Colheita (horas/ha)	50	40	40	30	50	45	45	35	200
Fonte:	elaborado	pelos							
autores									

Formule um modelo de programação mista que indique a área de cada cultura a ser plantada, em sistema (exclusivamente)

convencional ou orgânico, de modo que o agricultor maximize a margem bruta a ser obtida considerando uma disponibilidade de área de 4,5 hectares. Considere que uma cultura orgânica de uma mesma família só pode ser plantada uma a cada 3 vezes na mesma parcela (1 cultura de uma família + 2 de outras).

Resposta: a solução indica como mais interessante economicamente o sistema exclusivamente orgânico, sendo cultivado 1,5 hectares de tomate, de alho e de repolho, repartindo igualmente a área. A margem bruta obtida seria de R\$ 14.250,00.

6

MODELAGEM DA INCERTEZA EM SISTEMAS DE PRODUÇÃO AGROPECUÁRIA

A incerteza dos resultados econômicos é uma das características mais importantes da atividade agropecuária. A estrutura concorrencial do mercado aliada à forte influência das condições ambientais sobre as atividades agropecuárias torna os preços e as produções particularmente instáveis neste setor.

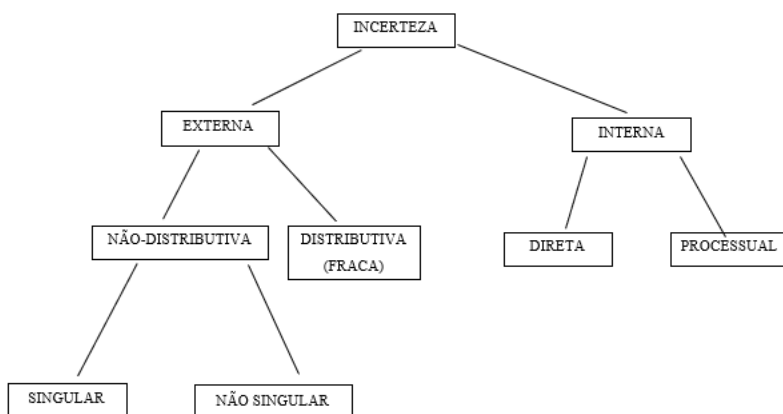
Neste sentido a consideração da incerteza em modelos de programação torna-se de grande importância. É possível que esta importância num futuro próximo se torne muito maior devido à crescente instabilidade climática, assim como a mudança da incidência de insetos predadores e de doenças que ela pode provocar. Assim, se até o momento a incerteza tenha sido objeto de pouca preocupação por parte de técnicos e pesquisadores, cujas recomendações em geral não a consideram explicitamente, torna-se urgentemente necessária a mudança desta atitude. Por outro lado, a modelagem da incerteza pela programação matemática levanta problemas, teóricos e práticos, de difícil tratamento. Neste capítulo, à luz de alguns aspectos desses problemas, será proposta uma formulação que permite a consideração da incerteza em sistemas de produção de forma rigorosa, prática e (relativamente) fácil.

INCERTEZA E RISCO NA AGRICULTURA

De uma maneira geral, tem-se uma situação de incerteza quando não se é capaz de prever um acontecimento futuro.

Quando uma situação de incerteza está associada a uma potencial perda econômica, então tem-se uma situação de risco.

De um ponto de vista mais acadêmico, segundo Knight (1921), uma situação de incerteza se distingue de uma situação de risco pelo fato desta última poder ser associada a um cálculo probabilístico, ao contrário da primeira. Esta definição é muito comum, sendo adotada em muitos textos acadêmicos. No entanto, outros autores afirmam que existem vários tipos de incerteza, os quais encontram-se sintetizadas no diagrama abaixo.



Assim, a incerteza pode ser externa ao observador, isto é, intrínseca à natureza dos eventos analisados, ou interna ao observador, isto é, devida a dificuldades em prever os eventos futuros inerentes ao observador como, por exemplo, pela sua falta de conhecimento sobre o fenômeno observado.

A incerteza externa, por sua vez, pode ser de natureza distributiva, caso em que ela pode ser descrita apropriadamente por uma distribuição de probabilidade, ou não-distributiva, isto é, quando a ocorrência dos eventos não obedece à nenhuma distribuição estatística. A incerteza distributiva também é chamada de incerteza fraca, sendo os demais tipos de incerteza (externa não-distributiva e interna) denominados de incerteza

forte (ou incerteza no sentido forte, como preferem alguns autores). Isto porque a incerteza distributiva (fraca) diz respeito a eventos para os quais observações efetuadas no passado permitem que se construa distribuições estatísticas confiáveis. Assim, a incerteza distributiva (fraca) supõe uma certa simetria entre passado e futuro. Este tipo de incerteza é a que se encontra associada à eventos aleatórios como, por exemplo, o clima. Já no caso dos demais tipos de incerteza (forte), observações de eventos passados, ou não estão disponíveis ou podem não produzir informações suficientes que permitem estabelecer distribuições estatísticas. Isto porque, neste último caso, o fenômeno analisado pode mudar qualitativamente o seu comportamento, não havendo nenhum tipo de tendência que possa ser identificado. Por exemplo, o comportamento dos preços de um produto pode mudar substancialmente a partir de uma nova política econômica ou outra mudança importante no contexto macroeconômico, sobre o qual não se pode encontrar nenhum indício nos dados do passado. A incerteza não-distributiva é denominada de singular quando ela está relacionada à eventos que não se repetem, ou seja, a ocorrência do evento pode destruir as condições para que ele ocorra novamente (por exemplo, no caso de uma guerra nuclear).

Quanto a incerteza interna, o observador pode não ser capaz de prever eventos futuros simplesmente por não ter informações suficientes sobre o mesmo, ou seja, por sua própria ignorância a respeito do fenômeno analisado. Neste caso a incerteza interna é denominada de direta e um aumento do conhecimento do fenômeno por parte do observador provoca a sua diminuição. Já no caso em que o observador não consegue efetuar previsões devido a dificuldades no cálculo dos resultados das relações entre causa e efeito relacionadas ao fenômeno analisado, a incerteza interna é denominada processual, ou segundo alguns, procedural. É interessante observar que, neste caso, um aumento da quantidade de informações sobre o fenômeno não provoca uma

diminuição da incerteza, podendo até aumentá-la na medida em um aumento de informações exige uma capacidade de cálculo ainda maior do observador.

Os agricultores se defrontam com todos os tipos de incerteza descritos acima. A forte influência de fatores macroeconômicos não aleatórios sobre os preços, a falta de informações sobre o comportamento das atividades agropecuárias faz com que a incerteza forte seja um aspecto incontornável da produção agropecuária. Assim, embora os modelos probabilísticos de otimização sob incerteza sejam os mais utilizados, por fornecerem resultados aparentemente precisos, a sua aplicação está longe de ser satisfatória.

MODELAGEM DA INCERTEZA FORTE NA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A modelagem da incerteza forte exige que se disponha de algum critério formal de decisão. Porém ao contrário do critério probabilístico aplicado no caso da incerteza fraca, no caso da incerteza forte existem vários critérios formais (ou regras) de decisão, cada qual fornecendo, em geral, resultados diferentes dos demais.

O CRITÉRIO DA MINIMIZAÇÃO DO ARREPENDIMENTO MÁXIMO (MINIMAX ARREPENDIMENTO)

Neste critério o principal objetivo é determinar os arrependimentos máximos que poderão acontecer para cada um dos eventos quando é tomada uma decisão. Savage (1954) define o conceito de perda relativa, ou seja, a perda de oportunidade " r_{ij} " como a diferença entre o maior resultado " x_{ij} " e seu o resultado corrente, ou seja:

$$r_{ij} = \max \{X_{ij}\} - X_{ij}$$

Savage (1954) indica escolher a alternativa que minimiza o arrependimento máximo, ou seja, aquela que proporcione a menor das maiores perdas relativas. Conforme definido acima, considerando a maior perda que se pode obter ao selecionar uma alternativa,

$$a_i = \max\{r_{ij}\}$$

Então a regra de decisão minimax arrependimento é representada por:

Eleger a alternativa a_k tal que $\min a_i = \text{minimax } r_{ij}$

É necessário ressaltar que, como etapa precedente à aplicação deste critério, deve-se calcular a matriz de perdas relativas, a qual é formada pelos elementos " r_{ij} ". Cada coluna desta matriz é obtida através do cálculo da diferença entre o valor máximo dessa coluna e de cada um dos valores que aparecem nela.

O CRITÉRIO DA MAXIMIZAÇÃO DO RESULTADO MÍNIMO (MAXIMIN)

Proposto originalmente por Wald (1945), este critério baseia-se na consideração de que, ao optar por uma alternativa, o tomador de decisões poderá sofrer as piores consequências possíveis.

Como a alternativa " a_i " é o pior resultado possível que pode ocorrer, esta tem um valor para o decisor dado pelo nível de segurança S_i , definido como,

$$S_i = \min_{1 \leq j \leq m} X_{ij}$$

O nível de segurança da alternativa " a_i " determinado por " S_i ", portanto, representa a quantidade mínima que o decisor receberá caso decidir por tal alternativa. Segundo Wald (1945), deve-se optar pela alternativa que proporcione o maior nível de segurança possível.

Sendo assim, a regra de decisão de Wald (1945) é representada por:

Eleger a alternativa " a_k " tal que $S_k = \max_{1 \leq i \leq n} S_i = \max_{1 \leq i \leq n} \min_{1 \leq j \leq m} X_{ij}$

Assim, o critério maximin propõe que o tomador de decisões deve verificar a quantidade mínima para cada alternativa e posteriormente optar por aquela que proporcionará o maior valor mínimo.

O CRITÉRIO MAXIMIN PONDERADO

Este critério, proposto por Hurwicz (1951), entende que poucos tomadores de decisão, de maneira geral, são tão pessimistas como supõe o critério maximin. Assim, é proposto que o decisor avalie as alternativas de acordo com uma média ponderada dos níveis de segurança e otimismo.

Para cada alternativa de escolha, calcula-se o índice:

$$H(a_i) = (1-h) * \max(c_{ij}a_i) + h * \min(c_{ij}a_i)$$

Onde " c_{ij} " corresponde ao resultado econômico da alternativa " i " caso ocorra o evento " j ", " a_i " representa as alternativas de decisão " i ", e o coeficiente " h " será um valor específico escolhido pelo decisor com relação as chances de ocorrência de ótimos ou péssimos resultados.

Os valores de " h " próximos a 0 correspondem a um raciocínio otimista, obtendo-se no caso extremo $h = 0$ o critério da maximização do resultado máximo (maximax).

Os valores de " h " próximos a 1 correspondem a um raciocínio pessimista, obtendo-se no caso extremo $h = 1$ o critério maximin.

Então, para a aplicação da regra maximin ponderado é preciso determinar o valor de " h ", que é um valor próprio de cada decisor e é aplicável a todos os problemas em que ocorre a intervenção do mesmo.

Em geral os agricultores, ao se defrontar com situações de incerteza, atribuem um peso muito maior às possibilidades de perda, em relação à uma situação normal, do que às possibilidades

de obter resultados elevados. Para dar conta disto, o critério maximin ponderado pode ser modificado substituindo-se o resultado máximo pelo resultado médio (ou pelo resultado que seria obtido em uma situação considerada normal) na sua fórmula, ou seja,

$$H(a_i) = (1-h) * \text{med}(c_{ij}) + h * \min(c_{ij})$$

que denominamos critério "maximin ponderado modificado".

O CRITÉRIO FOCO-PERDA

Uma das dificuldades colocadas pela aplicação do critério maximin ponderado é que ele está baseado em uma avaliação subjetiva do processo de decisão. Isto porque o grau de otimismo ou pessimismo do agricultor não é relacionado a qualquer característica observável do seu sistema de produção (como os resultados econômicos que ele proporciona).

A consideração de que o agricultor pode sofrer perdas, desde que estas lhe proporcionem um resultado econômico que não coloque em risco a sua situação financeira permite uma relação objetiva entre o grau de "pessimismo" do agricultor e o seu sistema de produção. Denominaremos aqui este critério de decisão diante da incerteza de "foco-perda", na medida em que o agricultor mantém o seu foco na perda que ele pode suportar. Neste caso, o agricultor procuraria maximizar o resultado econômico, desde que o resultado mínimo a ele associado fosse maior do que aquele que não coloca em risco a sua situação financeira.

APLICAÇÃO DOS CRITÉRIOS NA TOMADA DE DECISÃO.

Todos os critérios de decisão sob incerteza discutidos têm seus méritos e defeitos. A noção de arrependimento adotada no

critério minimax arrependimento equivale ao custo de oportunidade, o qual está baseado no cálculo marginal. Como visto anteriormente o cálculo marginal é a base do processo de otimização. Assim, o critério minimax arrependimento apresenta uma consistência teórica com a otimização que poderia justificar a sua adoção em modelos de programação matemática de otimização sob incerteza. Porém, o critério minimax arrependimento não é independente de alternativas que, quando interpretadas de um ponto de vista absoluto, são irrelevantes. Isto porque, a princípio, um agente econômico que apresenta preferência por uma determinada alternativa não deve mudar sua preferência se novas alternativas irrelevantes (de um ponto de vista absoluto) lhe forem apresentadas. Por exemplo, se alguém deve escolher entre consumir bananas ou laranjas e manifestar preferência por laranjas, seria no mínimo curioso se ele passasse a preferir bananas se lhe fosse apresentada mais uma opção, por exemplo, a de consumir maçãs (e esta não fosse a fruta de sua preferência). A explicação da possibilidade de ocorrer decisões deste tipo quando o critério minimax arrependimento é utilizado é porque segundo este as alternativas são escolhidas a partir da comparação do resultado econômico que o tomador de decisão deixaria de obter ao fazer uma opção. Isto pode ser exemplificado pelos dados apresentados nos quadros 2 e 3.

Quadro 2: Escolha entre três atividades pelo critério minimax arrependimento (sem combinação).

Resultados				Arrependimentos			
Situação	A	B	C	Máximo	A	B	C
1	10	25	28	28	18	3	0
2	20	30	2	30	10	0	28
3	12	18	35	35	23	17	0
4	25	5	25	25	0	20	0
5	18	15	20	20	2	5	0
				Máximos:	23	20	28

Mínimo dos máximos: 20 (atividade B)

Fonte: elaborado pelos autores

Quadro 3: Escolha entre quatro atividades pelo critério minimax arrependimento com atividade “irrelevante” (sem combinação).

Resultados						Arrependimentos			
Situação	A	B	C	D	Máximo	A	B	C	D
1	10	25	28	15	28	18	3	0	13
2	20	30	2	20	30	10	0	28	10
3	12	18	35	10	35	23	17	0	25
4	25	5	25	35	35	10	30	10	0
5	18	15	20	12	20	2	5	0	8
					Máximos:	23	30	28	25
					Mínimo dos máximos: 23 (atividade A)				

Fonte: Elaborado pelos autores.

Como pode ser observado no quadro 2, a atividade "B" é a escolhida pelo fato da sua escolha proporcionar o menor arrependimento máximo. No entanto, se introduzirmos a atividade "D" como mais uma possibilidade de escolha, como mostrado no quadro 3, a atividade escolhida passa a ser "A". Resultados deste tipo podem ser obtidos em modelos de otimização de sistemas de produção. Como nestes modelos mais do que uma atividade pode ser escolhida (combinações), a introdução de uma nova atividade pode repercutir na alteração na proporção entre as atividades presentes na base ótima, sem alterar esta última. Além disto, a utilização do critério minimax arrependimento em modelos de otimização sob incerteza apresenta o inconveniente da função objetivo ser de minimização, o que implica que pelo menos uma das restrições relativas aos recursos disponíveis (restrições externas) deve ser expressa

como uma igualdade¹. Assim, para a obtenção da solução ótima é necessário comparar as soluções obtidas com cada uma das restrições externas expressas como uma igualdade, escolhendo-se a que proporcionar o maior valor.

O critério maximin, também teorizado no quadro da teoria dos jogos, encontra, assim, sólidos fundamentos teóricos para a decisão em condições de incerteza forte (HAZELL, 1970). Neste caso, a sua aplicação pode ser interpretada como se o agricultor estivesse jogando com a natureza (a qual é um jogador "não inteligente", ou seja, cujas "respostas" não são específicas às estratégias que podem ser adotadas pelo agricultor). No entanto, o critério maximin pressupõe um pessimismo extremo por parte do agente econômico, na medida em que a sua decisão é tomada apenas a partir das piores situações, sem que as possibilidades de ganhos permitidas por situações favoráveis sejam levadas em consideração. De um ponto de vista teórico, o pessimismo expresso pelo critério maximin pode se justificar em situações em que não é possível conhecer todos os eventos futuros que poderão ocorrer. Neste caso, uma postura extremamente prudente e, portanto, pessimista, pode ser considerada racional. É interessante observar que o critério maximin tem sido proposto por certos pesquisadores para a modelagem do "princípio da precaução" evocado em situações de incerteza relacionadas à problemas ambientais (PERRINGS, 1991). Por outro lado, em algumas circunstâncias, com na ilustrada no quadro 4, este pessimismo pode parecer pouco lógico.

Quadro 4: Escolha de atividades pelo critério maximin (sem combinação).

	Atividade	
Situação	A	B

¹ Se as restrições externas expressarem apenas que as atividades não devem utilizar os recursos em um nível igual ou menor do que o disponível, o processo de minimização fará com que o nível das atividades seja nulo (zero).

1	14.000	50
2	49	1.850
3	15.951	1.100
Média	10.000	1.000

Fonte: Elaborado pelos autores.

Segundo o critério maximin a atividade "B" deveria ser escolhida. Porém, desta forma o agente econômico estaria escolhendo uma atividade que lhe renderia apenas uma unidade a mais de valor na pior situação, sendo que, nas demais situações, a outra atividade ("A") lhe proporcionaria valores muito superiores.

No entanto, o extremo pessimismo do critério maximin pode ser relaxado, por meio da aplicação dos critérios foco-perda ou maximin ponderado. No caso do critério foco-perda, o resultado mínimo maximizado na função objetivo é substituído pela maximização do resultado médio (ou pelo que seria obtido em uma situação considerada normal) e é introduzida uma restrição condicionando que o resultado mínimo seja maior do que um certo nível pré-definido. Assim, o resultado mínimo não é maximizado, mas apenas maior do que um nível considerado adequado. Esta formulação, portanto, pode permitir que se obtenha soluções mais adequadas em relação à situação financeira específica da UPA modelada, atenuando assim o extremo pessimismo do critério maximin. Assim, as decisões dos agricultores diante da incerteza podem não ser tomadas apenas em função das condições expressas pelos piores cenários. Isto porque os agricultores, ao escolher suas atividades, levam em consideração a sua capacidade de absorver perdas de forma a assegurar condições de vida adequadas à sua família sem comprometer o funcionamento da sua UPA. E o que determina esta capacidade de absorver perdas são as reservas financeiras que ele dispõe. E quanto maiores forem estas reservas, menor é o

resultado econômico mínimo que deverá ser atingido pela UPA para assegurar a sua continuidade, resultado este que pode ser inferior ao obtido pela aplicação direta do critério maximin, permitindo ao agricultor obter resultados econômicos maiores nas situações normais de produção.

Outra forma de amenizar o pessimismo que pressupõe o critério maximin é por meio da aplicação do critério maximin ponderado, que consiste na introdução de um coeficiente de "pessimismo" que permita ponderar o peso atribuído às piores condições, em relação à consideração de condições mais favoráveis, no processo de tomada de decisão. Esta formulação pode ser modificada considerando o resultado econômico em condições normais (e não o máximo) na ponderação, do que resulta o que aqui denominamos de critério maximin ponderado modificado. Enfim, é interessante observar que o critério maximin ponderado pode ser interpretado probabilisticamente, com o valor de "h" expressando a probabilidade subjetiva, isto é, atribuída pelo agricultor, de ocorrência da(s) pior(es) situação(ões) de produção e o valor de "1-h" a probabilidade subjetiva da ocorrência de uma situação considerada normal (no critério maximin ponderado modificado) ou na situação considerada a mais favorável (no critério maximin ponderado não modificado). No entanto, como o valor de "h" é determinado de forma subjetiva, as dificuldades para a sua estimativa podem dificultar a aplicação do critério maximin, independentemente da versão adotada.

A partir destas considerações pode-se concluir que o critério foco-perda representa de forma mais adequada o processo de decisão dos agricultores para a formulação de modelos de programação linear para a otimização de UPA's sob condições de incerteza. No entanto, no caso em que não se dispõe de conhecimento suficiente para estimar a capacidade do agricultor em suportar perdas, o critério maximin pode ser considerado

mais adequado. Na próxima seção propõe-se um procedimento de modelagem por meio de cenários baseado nesses critérios.

A MODELAGEM DA INCERTEZA POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE CENÁRIOS

A incerteza forte, na medida em que ela está baseada quer na ignorância do tomador de decisão, quer pela sua dificuldade em calcular todas as consequências das suas possíveis decisões, quer pelo fato dele possuir informações insuficientes ou pouco adequadas sobre o passado, coloca o problema sobre em que o tomador de decisão pode se basear para definir suas ações. Neste caso, a definição de cenários que representem uma síntese do conhecimento sobre o passado, projetando-o ao futuro, pode ser uma forma de fornecer alguma base para a tomada de decisão.

Assim, embora a construção dos cenários deveria, a princípio, procurar representar todo o conhecimento que se tem sobre os possíveis comportamentos das variáveis a serem otimizadas, alguns aspectos práticos devem ser considerados. Evidentemente um cenário possível na atividade agropecuária é o de uma frustração total da produção de todas as atividades simultaneamente, isto é, o agricultor teria um ano sem nenhuma receita. Neste caso, é inútil procurar adequar o nível das atividades de forma a minimizar as perdas. Portanto, para prejuízos muito elevados, a formulação de modelos de programação sob incerteza a partir de cenários pode não ser eficaz, sendo que outros meios, como a implantação de um sistema de seguro das atividades agropecuárias, são mais adequados para evitar as perdas decorrentes da perda total da produção. Os cenários em modelos de otimização sob incerteza devem, portanto, procurar representar situações em que uma alteração na relação entre os níveis das atividades seja capaz de contribuir para a diminuição das perdas decorrentes da variabilidade dos

resultados econômicos destas, ou seja, no caso em que as perdas, simultaneamente de todas as atividades, não sejam totais, ou demasiado elevadas.

EXERCÍCIOS

1) Um agricultor dispõe de 100 hectares e deseja otimizar a sua produção de grãos (soja, milho e feijão) sob condições de incerteza, havendo cinco cenários além da situação normal, os quais proporcionam diferentes margens brutas por área. Tais resultados por atividade em cada cenário estão apresentados na tabela 45.

Tabela 45: Resultados obtidos por atividade			
Cenários	Soja	Milho	Feijão
Cenário 1	100	300	590
Cenário 2	200	140	390
Cenário 3	100	270	450
Cenário 4	150	90	20
Cenário 5	200	170	300
Situação Normal	150	200	350

Fonte: Elaborado pelos autores.

Formule modelos de otimização sob incerteza,

a) utilizando o critério maximin determine o sistema de produção que proporcionaria a maior margem bruta mínima que o agricultor poderia obter, a margem bruta na situação normal, assim como a margem bruta em cada cenário de perda.

Resposta: o sistema de produção seria composto por 78,26 hectares de soja e 21,74 hectares de milho; no cenário 1 a margem bruta seria de $R\$ 13.695,65 + R\$ 652,17 = R\$ 14.347,82$, no cenário 2 de $R\$ 13.695,65 + R\$ 5.000,00 = R\$ 18.695,65$, nos cenários 3 e 4 de $R\$ 13.695,65$ (mínimo) e no cenário 5 de $R\$ 13.695,65 + R\$ 5652,30 = R\$ 19.347,82$; na situação normal o agricultor obteria $R\$ 16.086,96$.

b) no modelo formulado no item anterior, considere agora que o agricultor seria capaz de se manter com uma margem bruta de R\$ 10.000,00, determine o sistema de produção que proporcionaria a margem bruta total máxima que o agricultor poderia obter (situação normal), assim como a margem bruta em cada cenário de perda.

Resposta: o sistema de produção seria composto por 61,54 hectares de soja e 38,46 hectares de feijão; no cenário 1 a margem bruta seria de $R\$ 10.000 + R\$ 18.846,15 = R\$ 28.846,15$, no cenário 2 de $R\$ 10.000 + R\$ 17.307,69 = R\$ 27.307,69$, no cenário 3 de $R\$ 10.000 + R\$ 13.461,54 = R\$ 23.461,54$, no cenário 4 de $R\$ 10.000$ (mínimo) e no cenário 5 de $R\$ 10.000 + R\$ 13.846,15 = R\$ 23.846,15$; na situação normal o agricultor obteria R\$ 22.692,31.

c) baseado nos resultados obtidos nos itens anteriores, discuta o impacto sobre o sistema de produção e sobre os resultados econômicos provocados pela maior capacidade do agricultor de suportar perdas.

Resposta: a comparação das soluções obtidas indica que a maior disponibilidade financeira do agricultor permitiria um aumento do resultado que seria obtido no cenário normal em R\$ 6.605,35 as custas de uma diminuição do resultado que seria obtido no pior cenário de R\$ 3.695,65. Nestas novas condições, o sistema de produção obtido seria modificado, com o agricultor abandonando a cultura do milho e passando a cultivar feijão, diminuindo a área de soja.

d) formule um modelo utilizando o critério minimax arrependimento e determine o sistema de produção que proporcionaria o mínimo arrependimento, assim como os arrependimentos em cada cenário e a margem bruta na situação normal.

Resposta: o sistema de produção seria composto por 20,97 hectares de soja e 79,03 hectares de feijão, o qual proporcionaria um arrependimento de R\$ 10.274,19 nos cenários 1 e 4; R\$

3.984,86 no cenário 2, R\$ 7.338,71 no cenário 3 e R\$ 2.097,00 no cenário 5; a margem bruta na situação normal seria de R\$ 30.806,45.

e) formule um modelo utilizando o critério maximin ponderado modificado considerando que o agricultor estima uma probabilidade subjetiva, ou seja, seu grau de otimismo (h), de 20% da ocorrência da situação normal, e determine o sistema de produção que proporcionaria a margem bruta total correspondente ao grau de otimismo do agricultor, assim como a margem bruta em cada cenário e na situação normal.

Resposta: segundo este critério ele plantaria 89,58 hectares de soja e 10,42 hectares de feijão. É interessante observar que, embora o cenário 2 seja considerado como de perda, ele proporcionaria uma margem bruta maior, de R\$ 21.979,17, do que a obtida em condições normais, de R\$ 17.083,33. A margem bruta mínima, de R\$ 13.645,83 seria obtida nos cenários 3 e 4. A margem bruta ponderada entre as probabilidades subjetivas de perda e de ocorrência da situação normal seria de R\$ 14.333,33.

f) discuta como a modelagem da incerteza em sistemas de produção agropecuária poderia ser empregada com base nos resultados obtidos com os modelos formulados nos itens anteriores.

Resposta: de um ponto de vista conceitual, é difícil definir qual dos critérios empregados nos itens anteriores para analisar o sistema de produção seria mais solidamente fundamentado. Neste sentido, a escolha de um critério para modelar a incerteza deve ser orientada pela versatilidade da sua aplicação e pela facilidade da interpretação dos seus resultados junto aos agricultores. Neste sentido, o critério Foco-Perda e o maximin (este quando não for possível estimar a capacidade do agricultor de suportar perdas), podem ser considerados os mais interessantes.

2) Um olericultor dispõe das culturas da alface, batata doce, cenoura e couve para compor o seu sistema de produção. As características técnicas e econômicas dessas culturas estão descritas na tabela 46.

Tabela 46: Características técnicas e econômicas das culturas.

	Atividades			
	Alface	Batata Doce	Cenoura	Couve
Margem Bruta/ha	2000	1500	3000	2500
Horas Trabalho/ha em setembro	200	200		
Horas Trabalho/ha em outubro	250			
Horas Trabalho/ha em dezembro		200		
Horas Trabalho/ha em março			200	150
Horas Trabalho/ha em abril			250	200
Horas Trabalho/ha em junho			300	100

Fonte: Elaborado pelos autores.

O agricultor dispõe de 2 hectares de SAU e de 650 horas mensais de trabalho, sendo que, para evitar um excessivo revolvimento do solo, ele não deve implantar as culturas de raiz sucessivamente sobre o mesmo canteiro.

Para obter o preço estimado para a batata doce e a cenoura, o agricultor necessita comprar uma máquina beneficiadora (lavadeira) cuja depreciação é de R\$ 200/ano.

O agricultor, pela sua experiência, sabe que a margem bruta da alface e da batata doce pode, simultaneamente, cair para R\$ 500,00/ha e R\$ 1.000,00/ha, respectivamente. Em relação às culturas de cenoura e de couve, o agricultor sabe também que estas podem, simultaneamente, ter suas margens brutas reduzidas, para R\$ 400,00/ha e R\$ 600,00/ha, respectivamente. Além disto, ele considera razoável supor que cada uma das culturas, isoladamente, pode sofrer perdas que podem tornar nula a sua margem bruta.

A partir destas condições:

a) qual sistema de produção permitiria ao agricultor obter o máximo de margem bruta na(s) pior(es) situação(ções) previstas e, neste caso, qual margem bruta que ele obteria sob condições normais?

Resposta: o agricultor iria cultivar 2 hectares de alface, 0,375 hectares de cenoura e 1,625 hectares de couve. Para tanto, ele precisaria adquirir uma máquina beneficiadora. Com este sistema ele obteria um resultado mínimo de R\$ 4.925,00, no cenário dois – C2 (redução no rendimento da couve e da cenoura) e no cenário seis - C6 (resultado econômico nulo da couve).

b) qual sistema de produção permitiria ao agricultor obter R\$ 4.500 de margem bruta na(s) pior(es) situação(ções) previstas e qual margem bruta que ele obteria, neste caso, sob condições normais?

Resposta: o agricultor iria realizar o cultivo de 2 hectares de alface, 1,72 hectares de cenoura e 0,28 hectares de couve. Com este sistema ele obteria um resultado econômico mínimo de R\$ 4.500,00 no cenário cinco – C5 (resultado econômico nulo da cenoura). Com este sistema o agricultor obteria R\$ 9.660,00 no cenário normal.

Comparando a solução obtida com o modelo foco-perda com a solução obtida adotando o critério maximin (item "a"), observa-se que uma diminuição de R\$ 425,00 no resultado que seria obtido nas piores situações permitiria um aumento de R\$ 672,50 no resultado que seria obtido sob condições normais de produção. Isto pode ser explicado pela expansão da área de cenoura, cultura que proporciona maior resultado em condições normais, mas que apresenta maior potencial de perda, em detrimento da área couve, na solução do modelo foco-perda.

A MODELAGEM DA ESCOLHA DE ITINERÁRIOS TÉCNICOS

Apesar de muitas vezes os técnicos enfatizarem determinadas formas de produzir propondo “pacotes tecnológicos” aos agricultores em que todas as operações técnicas (e principalmente a aplicação de todos os insumos a elas associada), é evidente que as operações técnicas empregadas para conduzir uma cultura só podem ser definidas com precisão no momento em que serão executadas. Isto porque as características específicas de uma operação técnica, quase sempre, dependem do resultado da operação que a precedeu. Por exemplo, um preparo do solo que não proporcionou bons resultados influenciará a decisão do agricultor sobre a semeadura e a adubação básica que a acompanha. E, se houver problemas na semeadura, a decisão do agricultor sobre a adubação de cobertura não será a mesma que a do caso de uma semeadura bem sucedida. O resultado deste processo é o itinerário técnico da cultura, o qual resulta de uma “árvore de decisão” que define a sucessão de operações agrícolas elementares que se sucedem no tempo dependendo dos resultados obtidos pelas anteriores. Essas características da atividade agrícola reforçam a importância da consideração da incerteza nas decisões a serem tomadas neste setor da economia.

Por outro lado, alguma base deve ser estabelecida para que se possa iniciar uma atividade. Assim, a partir de uma produção que ele considera exequível em condições normais (isto, com todas as operações técnicas sendo razoavelmente bem sucedidas), o agricultor decide sobre o padrão tecnológico que ele adotará. Este processo básico de decisão pode ser analisado por meio da programação linear. Neste sentido, é importante salientar que a análise não define um itinerário técnico propriamente dito, mas apenas o padrão tecnológico básico que será adotado. Um exemplo deste tipo de modelagem é dado no exercício seguinte.

EXERCÍCIO

As características técnicas e econômicas da cultura da soja segundo dois itinerários técnicos podem ser previstas para o próximo ano por meio dos cenários descritos nas tabelas 47 e 48.

Tabela 47: Características técnicas e econômicas da cultura da soja com o itinerário técnico 1

Cenário	Produção por área (sacos/ha)	Preço da soja (R\$/saco)	Dose de adubo (kg/ha)	Preço do adubo (R\$/kg)	Custo dos tratos culturais (R\$/ha)	Custo da colheita (R\$/ha)	Margem (R\$/ha)
Normal	70	50	400	2	900	280	1520
Cenário 1	50	55	400	2	900	200	850
Cenário 2	70	50	400	3	1000	280	1020
Cenário 3	80	40	400	2	900	320	1180
Cenário 4	75	45	400	2	900	300	1375

Fonte: elaborado pelos autores.

Tabela 48: Características técnicas e econômicas da cultura da soja com o itinerário técnico 2

Cenário	Produção por área (sacos/ha)	Preço da soja (R\$/saco)	Dose de adubo (kg/ha)	Preço do adubo (R\$/kg)	Custo dos tratos culturais (R\$/ha)	Custo da colheita (R\$/ha)	Margem (R\$/ha)
Normal	60	50	300	2	700	240	1460
Cenário 1	47	55	300	2	700	200	1085
Cenário 2	60	50	300	3	750	240	1110
Cenário 3	65	40	300	2	700	260	1040
Cenário 4	70	45	300	2	700	280	1570

Fonte: elaborado pelos autores

As necessidades de mão de obra para as operações técnicas em cada itinerário são mostradas na tabela 49.

Tabela 49: Necessidade de mão de obra em cada itinerário técnico

	Itinerário 1	Itinerário 2
Adubação	3	3
Tratos culturais	5	4
Colheita	4	3

Fonte: elaborado pelos autores.

Considerando que a unidade de produção dispõe de 25 hectares de SAU e 200 horas de trabalho para cada operação técnica,

a) determine qual seria o resultado econômico mínimo e o obtido em condições normais, assim como a área a ser cultivada para a obtenção desses resultados. Indique em qual(is) cenário(s) seria obtida a margem mínima.

Resposta: o resultado mínimo seria de R\$ 26.420,00 e o obtido em condições normais de R\$ R\$ 36.680,00. Para a obtenção desses resultados deveriam ser cultivados 3 hectares com o itinerário 1 e 22 hectares com o itinerário 2. O resultado mínimo seria obtido seria nos cenários 1 e 3.

b) considere que o agricultor aceitaria ganhar R\$ 24.000,00 nas piores condições de produção, neste caso qual seria o resultado que ele obteria em condições normais e a área a ser cultivada com cada itinerário técnico?

Resposta: ele obteria R\$ 37.297,87 nas condições normais, o que seria proporcionado pelo cultivo de uma área de 13,3 hectares com o itinerário 1 e de 11,7 hectares com o itinerário 2.

A MODELAGEM DA INCERTEZA EM SISTEMAS COM BOVINOCULTURA DE LEITE

A otimização sob incerteza de sistemas de produção com bovinocultura de leite apresenta problemas particularmente difíceis, tanto do ponto de vista teórico quanto prático.

A origem de tais problemas reside no fato de que, em sistemas que envolvem a bovinocultura de leite, especialmente quando esta é realizada a pasto e se deseja considerar um alto grau de liberdade para a composição do sistema de alimentação, as consequências econômicas das variações dos rendimentos físicos de cada pastagem não podem ser definidas antes do processo de otimização. Isto porque o papel de cada pastagem no fornecimento de alimento ao rebanho depende das demais pastagens presentes no sistema. Por exemplo, se uma pastagem é responsável por todo o fornecimento de alimento ao rebanho, ela desempenhará um papel diferente do caso em que, a partir da sua combinação com outra fonte de alimento, ela for responsável pelo fornecimento de alimento em apenas um período do ano (ou em complemento com outras pastagens no mesmo período). Assim, uma mesma queda de rendimento desta pastagem terá repercussões diferentes, em cada um destes casos, sobre a produção de leite. Do ponto de vista teórico esta situação pode ser caracterizada como de “incerteza processual” (DOSI; EGIDI, 1991), ou seja, o agente não é capaz de estimar uma solução ótima do problema devido à impossibilidade de avaliar as consequências de todas as alternativas em função das dificuldades de cálculo que tais avaliações levantam. No caso dos sistemas de produção com bovinocultura de leite, a incerteza processual é gerada pelo grande número de combinações possíveis entre as atividades forrageiras, cujas consequências econômicas não são possíveis de ser calculadas antes do processo de otimização, exceto as custas de uma severa limitação do grau de liberdade do sistema. Neste caso, a modelagem torna-se possível limitando-se a otimização à escolha entre sistemas de alimentação nos quais as proporções entre as áreas ocupadas por cada forrageira são pré-fixadas. No entanto, tal tipo de modelo, cuja formulação é extremamente laboriosa, é pouco eficiente para a análise de sistemas de produção.

Assim, a incerteza processual não permite a utilização de modelos probabilísticos para a otimização de sistemas de produção sob incerteza que incluem a bovinocultura de leite como uma das alternativas. Neste livro propomos um modelo de otimização sob incerteza da bovinocultura de leite por meio do qual se procura assegurar um resultado mínimo pré-fixado nos piores cenários de perda previstos (modelo foco-perda).

Para a formulação dos cenários de perda são introduzidos no modelo de otimização da produção de leite, descrito no capítulo 4, mais cinco grupos de restrições. Basicamente, tais restrições expressam o resultado econômico obtido por meio do cálculo do quanto o consumo das vacas em lactação é afetado pelas quedas dos rendimentos das pastagens, considerando-se neste cálculo as eventuais sobras de pasto e o consumo das categorias de animais que não produzem leite.

A formulação dessas restrições traz implícito que todas as perdas de rendimento das pastagens que afetam o consumo das vacas em lactação se repercutirão totalmente na produção de leite. Em outras palavras, a formulação supõe que se uma situação desfavorável provoca uma diminuição da ingestão de "x" megacalorias de energia pelas vacas em lactação, haverá "x" megacalorias a menos disponíveis para a produção de leite, não sendo considerada que as vacas mobilizam suas reservas corporais para manter a produção. Além disto, no modelo proposto, a possibilidade do agricultor penalizar mais os animais não produtivos no caso de uma diminuição do rendimento das pastagens, com o intuito de preservar as vacas em lactação e manter a produção de leite não foi considerada.

No entanto, a não consideração destas possibilidades não significa que, caso um agricultor adote um sistema de produção a partir da solução de um problema formulado segundo o modelo aqui proposto, as vacas não possam mobilizar algo das suas reservas para evitar a queda da produção de leite e, também, que

o agricultor não possa manejar o seu rebanho de modo a minimizar o impacto de uma queda da disponibilidade de forragem sobre a produção de leite. Assim, embora os pressupostos implícitos no modelo levem a uma perda do seu poder de previsão, a formulação das restrições relativas aos cenários aumenta a confiabilidade do sistema de produção proposto pela sua solução, especialmente se considerarmos a incerteza gerada pela própria dificuldade de estimar os coeficientes técnicos e econômicos do modelo².

Considerando agora a estrutura do modelo em relação ao modelo sem incerteza, primeiramente deve-se formular as equações que definem a perda aparente de rendimento das forrageiras, ou seja,

$$PAP - p^* R = 0$$

onde,

PAP = perda aparente do pasto P ;

p = proporção de perda em relação ao rendimento em condições normais;

R = rendimento em condições normais.

Depois disso deve-se modificar as restrições de ligação de cada pastagem consumida pelo rebanho, em cada mês, introduzindo uma variável para o cálculo da sobra da pastagem em cada mês. Desta forma, para um dado pasto P em um dado mês M , temos,

$$CRPM + SPM - TPM = 0$$

onde

$CRPM$ = quantidade consumida pelo rebanho do pasto P no mês M ;

SPM = quantidade que sobra do pasto P no mês M (variável introduzida);

² Para uma discussão sobre as relações entre o poder preditivo dos modelos de programação matemática e o seu uso na análise de sistemas de produção, ver a introdução geral deste texto.

TPM = quantidade total do pasto P no mês M ;

O segundo grupo de restrições é formulado para fornecer o quanto que a queda de rendimento do pasto afeta efetivamente o consumo das vacas em lactação. Nessas restrições é considerado que a queda do rendimento do pasto só afeta o consumo dos animais se ele for maior do que a quantidade de pasto que sobraria em condições normais de produção. Assim, a partir das sobras (SPM) e das perdas aparentes de pasto (PAP) obtêm-se a perda efetiva ($PEFPM$) por meio de:

$$PAP - SPM - PEFPM = 0$$

O terceiro grupo de restrições consiste na transformação da perda efetiva $PEFPM$ em perda em leite. Considerando o coeficiente que expressa o teor de energia da pastagem, para cada pasto, temos:

$$(TEP * PEFPM) / EPL = PLP$$

$$TEP * PEFPM - EPL * PLP = 0$$

onde, além de $PEFPM$, definida anteriormente,

TEP = teor de energia do pasto P ;

EPL = energia necessária por litro de leite (1,15 Mcal);

PLP = perda em leite relacionada à queda do rendimento do pasto P .

Enfim, além destes três grupos básicos, é necessário calcular a perda econômica devida à queda da produção de leite provocada por cada pastagem ($PELP$) por meio da multiplicação da perda em leite pelo preço deste produto,

$$PELP - \text{preço} * PLP$$

É esta a perda econômica que figura no cenário.

No modelo proposto o resultado econômico mínimo é delimitado acima de um valor considerado satisfatório. Este resultado mínimo pré-fixado corresponde ao que a unidade de produção modelada pode ser capaz de suportar sem ameaçar a sua reprodução econômica. A vantagem deste modelo é que ele evita uma grande penalização do resultado econômico que seria

obtido em condições normais, a qual geralmente ocorre quando se procura maximizar o resultado econômico mínimo. Neste caso a estrutura formal básica do modelo seria a seguinte:

Maximizar $c \cdot x$

Sujeito a

$Ax \leq b$

$C \cdot x \geq R_M$

$R_M \geq R_A$

Onde:

R_M = Vetor coluna do resultado econômico nos piores cenários;

A = Matriz de coeficientes técnicos;

x = Vetor coluna do nível de atividades x ;

b = Vetor coluna de recursos disponíveis;

C = Matriz de cenários com perdas;

$c \cdot x$ = Vetor de resultado econômico em situações normais;

R_A = resultado econômico mínimo a ser assegurado

Muitas vezes pode ser conveniente que o resultado econômico mínimo seja apenas delimitado acima de um valor considerado satisfatório, e não maximizado como na formulação acima. Por exemplo, a unidade de produção modelada pode ser capaz de suportar resultados econômicos mínimos relativamente baixos, sendo desnecessária uma grande penalização do resultado econômico que seria obtido em condições normais, a qual geralmente ocorre quando se procura maximizar o resultado econômico mínimo. Neste caso a estrutura formal básica do modelo seria a seguinte:

Maximizar cx

Sujeito a

$Ax \leq b$

$C \cdot x \geq R_M$

$R_M \geq R$

Onde

R = resultado econômico suportável pela UPA sem risco de falência (fixado "a priori").

Enfim, em casos em que se deseje utilizar probabilidades subjetivas da ocorrência dos cenários que descrevem a situação normal e a(s) situações de perda(s), o modelo maximin ponderado modificado pode ser interessante. A estrutura formal deste modelo é a seguinte:

Maximizar $(1-h) R_{(\max)} + h R_{(\min)}$

Sujeito a

$Ax \leq b$

$C^T x \geq R$

onde

h = probabilidade subjetiva de ocorrência da(s) pior(es) situação(ões);

R = vetor coluna dos resultados econômicos obtidos em cada cenário, dentre os quais $R_{(\max)}$ é o resultado máximo e $R_{(\min)}$ é o resultado mínimo.

Exercício³

Um agricultor deseja planejar o seu sistema de produção, definindo a estrutura do rebanho de leite a ser adotada, e a área a ser ocupada por esta atividade, assim como pelas culturas da soja e do trigo. Em função das suas condições financeiras, o agricultor deseja estruturar o seu sistema de produção de forma a obter uma margem bruta mínima de R\$ 20.000,00, considerando as perdas das culturas produtoras de grãos e das forrageiras que ele estima serem possíveis de forma relativamente frequente (e não em situações excepcionais).

³ Os dados apresentados a seguir são idênticos ao do exercício sobre a estruturação de um sistema de produção apresentado na seção sobre modelagem da bovinocultura de leite, exceto no que diz respeito à incerteza.

Ele dispõe de 25 hectares e 312 horas de trabalho familiar por mês. A soja poderia lhe render R\$ 1.400,00/ha e o trigo, R\$ 600,00/ha, sendo as necessidades de trabalho de 5 horas/ha em abril e 4 horas/ha em novembro para a soja, e 3 horas/ha em junho e 3 horas/ha em outubro para o trigo. As atividades que podem compor o sistema de alimentação do gado leiteiro, e suas características estão descritas na tabela 50.

Tabela 50: Teores de energia e de proteína, custo monetário e necessidade de trabalho das atividades que podem compor o sistema de criação.

Atividade	Energia (Mcal/kg MS)	Proteína (kg PB/kg MS)	Custo (R\$/ha)	Trabalho (horas e mês)
Potreiroo	1,9	0,1	250	1 (outubro)
Tifton	2,0	0,15	350	1 (setembro)
Milheto	2,0	0,12	700	2 (setembro)
Aveia	2,2	0,15	550	2 (abril)
Azevém	2,2	0,15	500	2 (maio)
Silagem	2,58	0,08	1200	6 (janeiro) e 4 (outubro)
Ração (ton)	2,8	0,18	2620	

Fonte: Elaborado pelos autores.

O agricultor estima que a margem bruta das culturas da soja e do trigo podem diminuir, respectivamente, para R\$ 800,00 e R\$ 200,00/ha devido a quedas dos rendimentos ou dos preços. Quanto a produção por área das forrageiras, o agricultor estima que, além de uma produção que ele considera normal, essas culturas podem sofrer perdas devido a problemas climáticos. Os rendimentos normais e as perdas possíveis das forrageiras são mostrados na tabela 51.

Tabela 51: produção e perda possível por hectare das forrageiras

Forrageira	Rendimento (t MS /ha)	Perda possível (relativa ao rendimento normal)
Potreiroo	2,0	15%
Tifton	5,0	20%
Milheto	6,0	20%
Aveia	3,0	20%
Azevém	3,0	20%
Silagem	8,0	30%

Fonte: elaborado pelos autores

Foi considerado que as perdas das forrageiras de verão e de inverno não ocorreriam no mesmo ano, o que gerou dois cenários de perda (um para cada época). A diminuição da margem bruta gerada pela queda na produção de silagem, do potreiroo e do tifton foram computadas no cenário de perdas de verão.

A ordenha e o fornecimento de alimentos de distribuição livre demanda 10 horas/mês/vaca em lactação. A proporção de vacas em lactação em relação ao total de vacas é de 80% (96% de natalidade) e a taxa de mortalidade é de 3% a.a., sendo que as novilhas têm sua primeira parição no final do seu segundo ano de vida. O preço do leite é R\$ 1,50/litro e da carne R\$ 3,00/Kg PV. O custo anual por vaca em lactação é de R\$ 800/cabeça, por vaca seca R\$ 400/cabeça, por terneiro R\$ 600/cabeça e por novilha R\$ 500/cabeça. O peso vivo (PV) das vacas é de 500 Kg.

A tabela 52 descreve a composição do rebanho em relação à uma vaca em lactação, assim como o peso e as necessidades de energia e proteína dos animais.

Tabela 52: Composição relativa do rebanho, peso e necessidade de energia proteína dos animais

	Composição relativa (cab.)	Peso (kg/cab.)	Relati vo	Energia (Mcal/cab/ mês)	Proteína (kg/cab/m ês)
Vacas lactação	1	500	1	425	11
Vacas secas	0,250	500	1	510	13
Nov. 1-2 anos	0,582	337,5	0,675	519	28
Terneiras fêmeas	0,6	112,5	0,225	236	13
Vacas de reforma	0,548	500	1		
Litro de leite (3,5% gordura)				1,15	0,084

Fonte: NRC (1989)

Na tabela 53 é mostrada a distribuição da produção de matéria seca pelas pastagens ao longo do ano.

Tabela 53: Produção de matéria seca por mês relativa a uma produção anual de uma tonelada

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	200	250	250		
Fevereiro	100	150	200		
Março	70	100	100		
Abril	50	80	100		

Maio	30	20			
Junho	20			200	
Julho	10			300	200
Agosto	20			300	300
Setembro	100	50		200	350
Outubro	100	100	100		150
Novembro	150	100	100		
Dezembro	150	150	150		
Total	1000	1000	1000	1000	1000

Fonte: NRC (1989).

Na tabela 55 é mostrada a distribuição da produção de energia das pastagens em cada mês.

Tabela 54: Produção de energia por mês relativa a uma produção de matéria seca de uma tonelada por ano

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	380	500	500		
Fevereiro	190	300	400		
Março	133	200	200		
Abril	95	160	200		
Maio	57	40	0		
Junho	38	0		440	
Julho	19	0		660	440
Agosto	38	0		660	660
Setembro	190	100		440	770
Outubro	190	200	200		330
Novembro	285	200	200		
Dezembro	285	300	300		
Total	1900	2000	2000	2200	2200

Fonte: NRC (1989).

Na tabela 55 é mostrada distribuição da produção de proteína por cada pastagens ao longo do ano.

Tabela 55: Produção por mês relativa a uma produção de matéria seca de uma tonelada por ano

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	20	37,5	30		
Fevereiro	10	22,5	24		
Março	7	15	12		
Abril	5	12	12		
Maiο	3	3	0		
Junho	2	0		30	
Julho	1	0		45	30
Agosto	2	0		45	45
Setembro	10	7,5		30	52,5
Outubro	10	15	12		22,5
Novembro	15	15	12		
Dezembro	15	22,5	18		
Total	100	150	120	150	150

Fonte: NRC (1989).

A capacidade de ingestão de matéria seca por mês para a vacas foi obtida a partir da tabela 56.

Tabela 56: Regressão linear entre teor de energia e capacidade de ingestão das vacas adultas

Mcal/kg MS	% PV vaca	Kg/dia/vaca
2,20	2,78%	13,9
2,42	3,27%	16,3
2,53	3,60%	18,0
inclinação	0,024929903	
intercepção	-0,027216931	

Fonte: elaborado pelos autores.

De acordo com a tabela 50, um kg de potreiro fornece 1,9 Mcal de energia metalizável (EM). Aplicando a este dado a regressão descrita na tabela, a capacidade de ingestão diária de uma vaca seria de 2,01% do seu peso vivo. Para uma vaca de 500 kg de peso vivo a capacidade de ingestão, portanto, é de 10,07 kg por dia, o que, multiplicando por 30 nos fornece 302,25 kg por mês. Este

mesmo raciocínio foi também aplicado para as demais pastagens, do que resultou a tabela 57.

Tabela 57: Capacidade de ingestão das vacas adultas de cada fonte de alimento

	Mcal/Kg	Ing MS % PV	Ing MS kg/dia	Ing MS kg/mês
Potreiro	1,9	2,01%	10,075	302,25
Tifton	2,0	2,26%	11,32	339,64
Milheto	2,0	2,26%	11,32	339,64
Aveia	2,2	2,76%	13,81	414,43
Azevém	2,2	2,76%	13,81	414,43
Silagem	2,58	3,70%	18,52	555,60
Ração	2,8	4,26%	21,29	638,70

Fonte: elaborado pelos autores.

A partir da capacidade de ingestão de cada alimento, foram calculados os coeficientes das restrições de ingestão do modelo. No caso das pastagens, a capacidade de ingestão foi dividida pelo fornecimento de matéria seca em cada mês (proporcionalmente a uma tonelada). Para que este procedimento seja compreendido, voltemos ao exemplo do potreiro. A restrição de ingestão para esta pastagem em janeiro é,

$$302,25 \text{ vaca} - 200 \text{ potreiro} \geq 0$$

o que significa que uma tonelada de potreiro produzida no ano poderia ser ingerida por, pelo menos, 0,66 vacas. Dividindo a capacidade de ingestão da vaca e o fornecimento de matéria seca pelo potreiro em janeiro pela própria capacidade de ingestão da vaca temos,

$$\text{vaca} - 0,66 \text{ potreiro} \geq 0$$

Este procedimento foi aplicado para todas as pastagens, colocadas em uma mesma restrição para cada categoria animal e a cada mês. Os resultados são mostrados na tabela 58.

Tabela 58: Coeficientes do modelo de programação linear relativos à capacidade de ingestão

Mes	Potreiro	Tifton	Milheto	Aveia	Azevém
Janeiro	0,662	0,736	0,736		
Fevereiro	0,331	0,442	0,589		
Março	0,232	0,294	0,294		
Abril	0,165	0,236	0,294		
Maio	0,099	0,059			
Junho	0,066			0,483	
Julho	0,033			0,724	0,483
Agosto	0,066			0,724	0,724
Setembro	0,331	0,147		0,483	0,845
Outubro	0,331	0,294	0,294		0,362
Novembro	0,496	0,294	0,294		
Dezembro	0,496	0,442	0,442		

Fonte: elaborado pelos autores.

No caso dos alimentos que são armazenados e distribuídos livremente ao longo do ano, o coeficiente é obtido simplesmente dividindo uma tonelada pela capacidade de ingestão. Assim, o coeficiente de ingestão para a silagem é de $555,60/1000 = 1,8$ e para a ração, $638,70/1000 = 1,57$.

Enfim, é importante observar que a capacidade de ingestão da ração deve ser limitada à, no máximo, 30% da matéria seca ingerida pelos animais a partir do seu primeiro ano de vida e, antes desta idade, à 40% da matéria seca ingerida. Além disso, para evitar mudanças bruscas no rendimento leiteiro das vacas, a variação da produção de leite entre os meses foi limitada a 1.000 litros.

A solução fornecida pelo modelo com incerteza e a solução do modelo sem incerteza são mostradas na tabela 59.

Tabela 59: Otimização de um sistema de produção com culturas de grãos e bovinocultura de leite com e sem a consideração da incerteza.

Resultado	Sem incerteza	Com incerteza	Sem - com incerteza
Margem bruta em condições normais (R\$)	88.054,64	72.487,35	15.567,29
Margem bruta com perdas no verão (R\$)	9.254,62	20.000,00	-10.745,38
Margem bruta com perdas no inverno (R\$)	66.819,53	68.454,64	-1.635,11
Margem da bruta da bovinocultura de leite (R\$)	76.418,05	49.543,65	26.874,40
Margem bruta da soja (R\$)	7.901,64	16.894,63	-8.993,00
Margem bruta do trigo (R\$)	3.734,95	6.049,07	-2.314,11
Produção de leite (l)	202.684,04	147.455,63	55.228,42
Área de soja (ha)	5,64	12,07	-6,42
Área de trigo (ha)	6,22	10,08	-3,86
Área de potreiro (ha)	0,00	0,00	0,00
Área de tifton (ha)	7,89	6,33	1,56
Área de milheto (ha)	2,13	1,00	1,13
Área de milho silagem (ha)	9,34	5,60	3,74
Área de aveia (ha)	9,23	8,07	1,16
Área de azevem (ha)	1,66	0,53	1,13
Ração consumida (t)	71,60	55,04	16,56
Rendimento leiteiro (l/vaca/dia)	21,99	22,79	-0,80
Vacas em lactação (cabeças)	25,60	17,97	7,63
Vacas secas (cabeças)	6,40	4,49	1,91
Terneiras (cabeças)	15,36	10,78	4,58
Novilhas (cabeças)	14,90	10,46	4,44
Vacas de reforma (cabeças)	14,03	9,85	4,18

Fonte: elaborado pelos autores.

Como pode ser observado na tabela 59, as diferenças dos resultados fornecidos pelos modelos com e sem incerteza são significativas. A consideração da incerteza resultou em uma produção de leite de 55.228,42 litros menor, baseada em uma área

menos de pastagens e de silagem e aumento significativo da área destinada à produção de grãos, tanto no verão como no inverno. O consumo de ração é mais baixo no sistema com incerteza. Observa-se também na tabela 59 que a consideração da incerteza levou a uma diminuição do número de animais do rebanho de leite. Por outro lado, é interessante observar que os rendimentos por vaca nas duas soluções são semelhantes. No que diz respeito aos resultados econômicos, é importante observar que a superioridade da margem bruta proporcionada pela solução sem incerteza, de R\$ 15.567,29, é maior do que a superioridade do resultado mínimo da solução com incerteza, de R\$ 10.745,38, observado no cenário de perdas no verão. Já no cenário com perdas no inverno, o resultado econômico a perda é bem menor. Esses resultados econômicos indicam que a importância de considerar a situação financeira dos agricultores na análise dos seus sistemas de produção mostrando, assim, que a modelagem da incerteza pode ser um instrumento interessante para diminuir a vulnerabilidade das unidades de produção às perdas provocadas pela variação dos rendimentos físicos das culturas.

7

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE MODELOS DE APOIO À DECISÃO

Desde o início deste livro salientamos que a construção de modelos de sistemas de produção por meio da programação matemática visa, acima de tudo, a exploração das possibilidades oferecidas pelas condições de funcionamento de uma unidade de produção agropecuária. Neste sentido, a programação matemática é muito mais um instrumento de análise do que de previsão, devido à impossibilidade de uma formalização suficientemente exaustiva de um sistema de produção. Isto nos levou a propor uma certa relativização do próprio termo "otimização", na medida em que um sistema de produção só é "ótimo" estritamente em função das condições que foram consideradas para a sua formalização e, também, em função da forma como estas condições foram formalizadas, especialmente no que diz respeito ao tipo de relações entre as variáveis (linear ou não-linear) e ao seu grau de agregação.

A partir destas considerações, as técnicas de modelagem descritas neste livro foram concebidas com uma preocupação mais analítica do que normativa enfatizando-se, por exemplo, a análise das relações de causa e efeito entre, por um lado, as soluções obtidas e, por outro lado, a disponibilidade de recursos, as técnicas utilizadas (representadas pelos coeficientes das variáveis), as condições de incerteza e a aversão a tais condições apresentadas pelos agricultores.

Evidentemente, a análise de um sistema de produção não representa um fim em si mesma, isto é, raramente analisamos um sistema de produção apenas para conhecê-lo, mas sim para usar

este conhecimento para modificá-lo de forma que ele melhor responda as necessidades dos agricultores. E para tanto, mesmo um modelo determinista que indica simplesmente o sistema de produção que, nas condições descritas pelo modelo, maximizaria o resultado econômico pode ser extremamente útil.

No entanto, a utilização da programação matemática para a modelagem de sistemas de produção pode ser utilizada de uma maneira mais explícita para o planejamento de sistemas de produção junto aos agricultores. Assim, modelos de "apoio à decisão", ou seja, que respondam às necessidades mais específicas de uma unidade de produção podem ser formulados por meio da programação matemática. Porém, como já foi salientado anteriormente, a programação matemática presta-se melhor para a formulação de modelos para o apoio a decisões de caráter mais estratégico, isto é, para definir objetivos de mais longo prazo, de caráter mais estratégico do que tático. Para o apoio a decisões mais "táticas", modelos de sistemas de cultura ou de criação, baseados em outras técnicas de modelagem como, por exemplo, a simulação de sistemas dinâmicos, podem ser mais úteis (SILVA NETO; SCHNEIDER, 2006).

Para que se possa aplicar a programação matemática para a elaboração de modelos de apoio à decisão junto à agricultores, duas condições são necessárias.

A primeira é que a unidade de produção analisada deve ser adequadamente compreendida dentro do contexto da sua região. Em outras palavras, sempre que analisamos uma unidade de produção agropecuária é necessário conhecer minimamente a realidade da agricultura da região em que ela se situa. E esta necessidade é ainda mais importante quando temos objetivos mais normativos. Isto porque a tentativa de elaborar um modelo de programação matemática que reflita todos os detalhes de uma unidade de produção (como por exemplo a variação de fertilidade entre as diferentes parcelas de terra, a quantidade exata de mão-

de-obra disponível, os índices zootécnicos e o potencial de produção específicos do rebanho bovino) leva a problemas de estimativa dos seus parâmetros muito difíceis de serem resolvidos adequadamente. Assim, o que se deve procurar na formulação de um modelo de programação matemática de um sistema de produção é, em primeiro lugar, que ele reflita a realidade de um determinado tipo de unidade de produção presente em uma região. E é apenas após estarmos assegurados de que o modelo é pertinente à realidade regional é que podemos passar a considerar a situação específica de uma unidade de produção¹.

Outra condição necessária para a formulação de modelos de apoio à decisão é que eles devem refletir critérios de decisão aceitáveis pelos agricultores. Tal condição levanta importantes questões teóricas e conceituais. Se, por um lado, é razoável admitir que os agentes econômicos, e dentre eles os agricultores, tomam suas decisões de forma coerente com os seus interesses, ou seja, que eles são racionais, por outro lado, há uma grande controvérsia sobre como esta racionalidade se reflete efetivamente no comportamento dos agentes econômicos. Assim, dependendo da posição teórica, várias respostas são possíveis a questões como, por exemplo, sob que condições pode-se considerar que uma decisão é racional? O que caracteriza um comportamento racional? As decisões tomadas por um agente econômico racional são totalmente previsíveis?

Questões desse tipo são tratadas pela Teoria da Decisão. Portanto, antes de discutirmos a formulação de um modelo que possa levar em consideração os principais critérios de decisão em geral adotados pelos agricultores, é interessante realizarmos uma

¹ A apresentação de métodos de análise regional da agricultura está muito além do âmbito deste texto. Uma discussão deste tópico, especialmente no que diz respeito ao Estado do Rio Grande do Sul pode ser encontrada em Silva Neto & Basso (2005) e, para uma discussão metodológica mais detalhada ver Garcia Fº. (1999).

breve revisão das principais posições teóricas existentes em relação ao processo decisório de agentes econômicos.

A TEORIA CLÁSSICA DA DECISÃO

As primeiras concepções sobre o processo de tomada de decisão são agrupadas sob a denominação de Teoria Clássica. Tais concepções consideraram que ao tomar as decisões os agentes econômicos (STERNBERG, 2000):

- a) possuem todas as informações relevantes sobre as opções disponíveis para a sua decisão e sobre as consequências de cada uma destas opções;
- b) são infinitamente sensíveis às diferenças entre as opções e,
- c) são totalmente racionais na escolha de uma opção.

Como raramente um processo de decisão pode satisfazer todas as condições descritas acima, se admite que esta teoria representa apenas um caso limite. Assim esta abordagem pode ser considerada como um quadro geral, certamente pouco realista, porém útil, para a interpretação do processo de decisão e mesmo para a previsão do comportamento dos agentes econômicos.

Um aspecto interessante da Teoria Clássica da Decisão é a forma como ela aborda o problema da incerteza. Nas decisões sobre investimentos, segundo esta Teoria, uma escolha racional implica o interesse do agente econômico apenas na esperança matemática dos resultados das suas ações (a qual é equivalente ao resultado médio) e não no seu resultado imediato². Esta racionalidade considera que o interesse do agente econômico é simplesmente o de maximizar o resultado econômico o que faz com que, em média, as eventuais perdas no presente sejam perfeitamente compensadas por ganhos futuros. Na prática, isto

² A maximização da esperança matemática só é possível no caso em que a incerteza for distributiva (fraca).

leva o agente econômico a tratar o problema da escolha da opção que maximiza o seu interesse de forma determinística, sem que sequer seja necessária qualquer avaliação da variabilidade relativa das suas opções, o que facilita grandemente o processo de tomada de decisão (SCHRAGE, 1998).

Assim, de acordo com a Teoria Clássica da Decisão, a modelagem de um sistema de produção agropecuária por meio da programação matemática resulta no modelo determinista já descrito no capítulo 2, ou seja,

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } cx \\ &\text{sujeito as restrições} \\ &Ax \leq b \\ &x \geq 0 \end{aligned}$$

onde

cx = resultado econômico médio c por unidade da atividade x ;

A = matriz de coeficientes técnicos e financeiros;

b = vetor linha dos recursos disponíveis.

A TEORIA DA UTILIDADE

A Teoria da Utilidade também advoga uma estrita racionalidade dos agentes econômicos, compartilhando dos mesmos pressupostos da Teoria Clássica. Como será visto adiante, a Teoria Clássica pode ser interpretada como um caso especial da Teoria da Utilidade. A diferença entre ambas reside em que, segundo a Teoria da Utilidade, os agentes econômicos não procuram maximizar os resultados econômicos em si, mas sim a "utilidade" que estes resultados econômicos apresentariam. Como a função que descreve a relação entre utilidade e resultado econômico ("função utilidade") pode não ser linear, do ponto de vista da utilidade, para o tomador de decisão, os ganhos obtidos através da escolha de uma opção que exhibe uma esperança matemática mais alta podem não compensar as perdas. Neste caso

considera-se que o agente econômico possui aversão ao risco, ou seja, entre escolher uma opção mais arriscada que lhe proporcione maiores resultados médios ou uma opção que proporcione menor resultado médio, porém mais segura, o agente escolheria esta última.

A figura 6 apresenta exemplos de funções de agentes com aversão, indiferença e preferência pelo risco. Na figura 6 observa-se que, para um indivíduo com aversão ao risco, uma variação simétrica do resultado econômico não apresenta a mesma simetria nas variações das utilidades proporcionadas por tais resultados, sendo que a variação positiva da utilidade é menor do que a variação negativa. Isto significa que o agente econômico tem uma percepção que atribui um valor maior à perda provável em relação ao valor atribuído ao ganho provável decorrentes de uma decisão que, no longo prazo, lhe proporcionaria um resultado econômico médio. É fácil constatar, pela figura 6, que no caso de um agente com preferência pelo risco a valoração relativa das perdas e dos ganhos prováveis é inversa em relação a de um agente com aversão ao risco. Enfim, no caso de um agente indiferente ao risco, também representado na figura 6, perdas e ganhos simétricos em relação a um resultado econômico médio, também se mantêm simétricos em relação à utilidade a eles correspondentes.

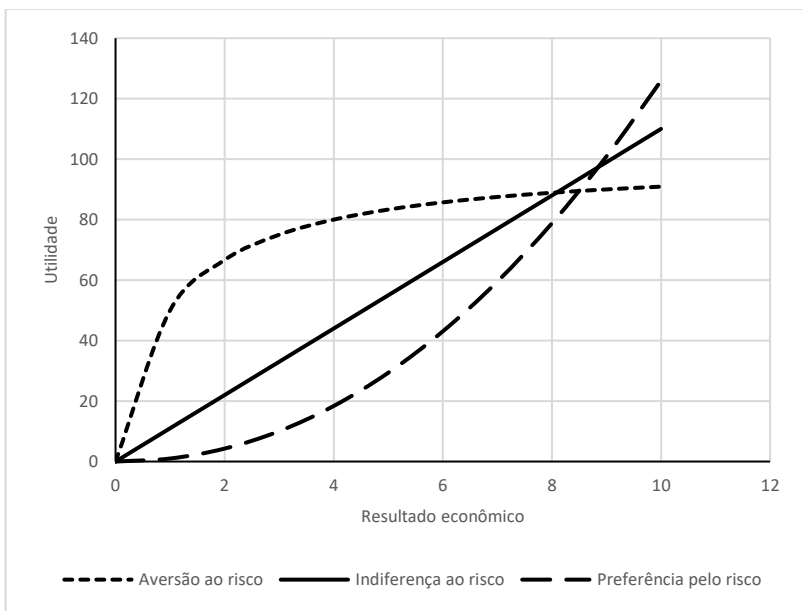


Figura 6: Utilidade do resultado econômico para indivíduos com aversão, indiferença ou preferência pelo risco.

Fonte: elaborado pelos autores

Formalmente, com base na programação matemática, um modelo de sistema de produção agropecuária segundo a Teoria da Utilidade pode ser formulado como um problema de programação não linear no qual procura-se maximizar o resultado econômico, assegurada uma certa probabilidade para a sua ocorrência:

$$\begin{aligned} &\text{Max } cx + a \sigma \\ &\text{sujeito as restrições} \\ &Ax \leq b \\ &x \geq 0 \end{aligned}$$

onde,

cx = resultado econômico c por unidade da atividade x

A = matriz de coeficientes técnicos e financeiros;

b = vetor linha dos recursos disponíveis.

a = coeficiente de aversão ao risco do agricultor, definido de acordo com a probabilidade desejada de ocorrência do resultado econômico “ c ”

σ = desvio padrão do resultado econômico “ c ”

Segundo este modelo, a aversão ao risco é representada por valores negativos de “ a ”, sendo que valores positivos deste coeficiente determinam uma preferência pelo risco. Se o agricultor é indiferente ao risco o coeficiente “ a ” é nulo e a função objetivo torna-se idêntica à formulada segundo a Teoria Clássica da Decisão.

Uma questão central para analisar a racionalidade de um agente econômico é entender o que determina a sua aversão, indiferença ou preferência pelo risco. É evidente que, quanto melhor a situação econômica de um produtor, especialmente no que se refere à disponibilidade de reservas financeiras ou de garantias que lhe assegurem acesso a crédito, melhor é a sua condição para enfrentar o risco. O grau de aversão ao risco, portanto, está diretamente relacionado com a situação econômica do produtor (ou seja, com suas condições objetivas).

Segundo a Teoria da Utilidade a aversão ao risco é, porém, uma característica essencialmente subjetiva, na medida em que a forma da função utilidade depende da percepção que cada indivíduo possui da realidade. Segundo esta teoria, os agentes econômicos, embora perfeitamente racionais, fazem suas escolhas a partir de uma visão subjetiva. Por consequência, indivíduos defrontados a uma mesma situação podem, cada um, tomar uma decisão diferente dos outros, mesmo sendo estritamente racionais. Por outro lado, de acordo com a Teoria da Utilidade, o comportamento de um indivíduo diante do risco lhe é intrínseco, sendo indiferente ao seu contexto (como, por exemplo, a sua situação financeira). Assim, um mesmo indivíduo quando defrontado com situações idênticas em momentos distintos tomará a mesma decisão. A racionalidade neste caso pode ser

afirmada simplesmente porque os agentes tomam suas decisões de forma coerente com os seus interesses. A Teoria da Utilidade, ao contrário da Teoria Clássica, não considera, portanto, a objetividade como um requisito para a racionalidade. Não são os dados da realidade em si, mas a forma como eles são percebidos pelo agente econômico que determina as suas decisões.

Um dos aspectos mais criticados da Teoria da Utilidade é o seu pressuposto de que o comportamento racional deve ser entendido como um processo de otimização absoluta, no qual os agentes econômicos dispõem de todas as informações relevantes para a tomada de decisão e sempre são capazes de avaliar “a priori” todas as consequências de cada uma das suas possíveis escolhas. Embora este pressuposto seja considerado mais como uma postura metodológica para a construção de modelos formais, sendo o seu irrealismo geralmente admitido abertamente, uma das suas consequências mais graves é que ele se fundamenta em agentes econômicos que devem mudar automaticamente (e muitas vezes drasticamente) o seu comportamento a partir de qualquer mudança no ambiente, mesmo aquelas que resultariam em ínfimos aumentos de utilidade (HEINER, 1983). Devido a este tipo de pressuposto, a partir da Teoria da Utilidade é difícil explicar dois aspectos importantes observados no comportamento dos agentes econômicos: a adaptação e a rotina (POSSAS, 1995). Isto tem levado alguns autores a abandonar o pressuposto da informação perfeita, concentrando-se em demonstrar que os seres humanos tendem a agir de forma estritamente racional a partir dos conhecimentos e informações disponíveis (SCHOOLER; ANDERSON, 1997) e que a própria mudança progressiva destes conhecimentos e informações caracterizariam o processo de adaptação das pessoas ao seu ambiente. Tal interpretação da Teoria da Utilidade não é, portanto, incompatível com a noção de adaptação. No que diz respeito ao comportamento rotineiro, este poderia ser explicado

essencialmente pela ausência de mudanças significativas no ambiente, incluindo-se nisto, no que diz respeito às decisões de investimento, as relações entre os fatores de produção. Um exemplo interessante deste último caso é a conhecida tese sustentada por Schultz (1965) de que os fatores de produção da agricultura latino-americana "tradicional" possuem produtividade marginal nula. Segundo este autor, o que explicaria o comportamento conservador dos agricultores "tradicionais" latino-americanos seriam as suas condições de produção, determinadas pelo esgotamento do potencial econômico das tecnologias "tradicionais" e não uma suposta falta de racionalidade no seu comportamento.

A TEORIA DA RACIONALIDADE LIMITADA

A Teoria da Racionalidade Limitada sustenta que o comportamento racional não pode ser identificado a um processo de otimização, pois os indivíduos ao invés de procurar tomar a decisão que maximizaria a utilidade, ou seja, decisões ótimas, tendem a se contentar com decisões meramente satisfatórias (SIMON, 1955). Vários seriam os motivos que levariam as pessoas a agir desta forma. Um dos mais importantes é que, na grande maioria das situações reais, a consideração de todas as opções e a avaliação das consequências de cada uma delas de forma suficientemente precisa pode apresentar grandes dificuldades de estimativa, de custo e de processamento. Além disto, mesmo em situações relativamente simples, os indivíduos, independentemente do seu grau de instrução e conhecimento, pelo menos cotidianamente, parecem ter uma grande dificuldade em raciocinar de acordo com as leis de probabilidade.

Assim, foram identificadas várias "heurísticas" (regras mais ou menos *ad hoc*) utilizadas pelos indivíduos para tomar decisões, especialmente as que envolvem probabilidades que, embora

desrespeitem os princípios que regeriam uma decisão "racional" (no sentido dado a este termo pela Teoria da Utilidade), constituem-se em regras aparentemente satisfatórias (KAHNEMAN et al., 1987). Alguns autores chegam a postular que, na medida em que as pessoas não podem apreender a realidade em si, mas apenas certos aspectos desta realidade, o seu raciocínio seria efetuado a partir de "modelos mentais", mais ou menos coerentes com a realidade. Portanto, as decisões tomadas pelas pessoas são diretamente dependentes da forma como elas constroem e modificam estes modelos, sendo que as constantes modificações destes seriam responsáveis pelo comportamento tipicamente adaptativo observado nas pessoas (JOHNSON-LAIRD et al., 1992).

A noção de "satisfação" da Teoria da Racionalidade Limitada pode ser formalizada como:

$$cx \geq S$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

onde

cx = resultado econômico c por unidade da atividade x ;

S = resultado econômico mínimo a ser obtido;

A = matriz de coeficientes técnicos e financeiros;

b = vetor linha dos recursos disponíveis.

É importante observar que o modelo acima não possui função objetivo, mas apenas uma restrição que determina que o resultado econômico deve ser maior do que um certo limite. Assim, qualquer solução que satisfaça as restrições do modelo pode ser retida, ou seja, o modelo apresenta soluções múltiplas. Porém, de um ponto de vista da Teoria da Racionalidade Limitada, isto não significa a existência de qualquer problema ou contradição no processo de tomada de decisão. Segundo esta teoria a função objetivo que

representa o interesse específico do agente econômico pode sequer ser conhecida *a priori* por este, sendo definida ao longo do processo, e não antes, da tomada da decisão (SIMON, 2000). Assim, um indivíduo pode decidir sem nem ao menos saber antecipadamente qual agregado econômico ele procura satisfazer, sendo que uma solução não precisa esgotar a disponibilidade de nenhum recurso para que seja considerada satisfatória. Mudanças no ambiente, neste caso, não necessariamente devem levar o indivíduo a alterar a sua decisão. Inversamente, confrontado com o mesmo problema, um indivíduo pode tomar decisões diferentes, dependendo de como ele inicia a análise da situação.

A Racionalidade Limitada tem sido utilizada para a elaboração de um quadro analítico para a incerteza processual³ (DOSI; EGIDI, 1991). Quando um indivíduo é confrontado com um grande número de informações, com muitas inter-relações, a consideração de todas estas informações em seu processo decisório, mesmo que cada uma delas, isoladamente, seja perfeitamente previsível, pode se tornar inviável. Neste caso, devido à dificuldade de processar as variáveis do problema, o indivíduo enfrenta uma incerteza “processual”. Embora sem formular explicitamente o conceito de incerteza processual, Heiner (1983) vai além, procurando demonstrar que, se por um lado considerar toda informação relevante é uma condição necessária para se obter uma solução ótima, por outro lado, pode se tornar irracional considerar todas as informações para a solução de um problema, a partir de um certo nível de complexidade, o que torna irracional qualquer tentativa de otimização. Este aparente paradoxo é válido não apenas para informações já disponíveis, mas também em relação a decisões relativas à própria coleta dos dados que originam tais informações. Ao obtermos informações sobre uma situação ou

³ Discutida no capítulo 6.

fenômeno a partir de um conhecimento muito pequeno dos mesmos, normalmente as primeiras informações tendem a ser as mais elucidativas e as de acesso mais fácil. A medida em que se avança na coleta de dados, as informações obtidas a partir destes tendem a gerar menos conhecimento, tendendo também a ser mais difíceis de serem obtidas.

Assim, há um custo crescente (tanto em termos tempo e trabalho quanto em relação ao conhecimento gerado) e um retorno marginal decrescente (especialmente em termos de conhecimento) na medida em que acumulamos informações sobre um fenômeno ou situação qualquer. Há um momento, portanto, em que o custo marginal de continuar a acumular informações poderá ser superior a utilidade marginal do aumento de conhecimento proporcionado por esta informação, o que tornará irracional a tentativa de obter um conhecimento "perfeito", cuja existência (ou pelo menos a sua procura constante por parte dos indivíduos), é um dos pressupostos fundamentais tanto da Teoria Clássica quanto da Teoria da Utilidade. Portanto, a Teoria da Racionalidade Limitada aponta um paradoxo interessante da noção de racionalidade proposta pelas Teorias Clássica e da Utilidade, na medida em que a tentativa encontrar uma solução ótima pode levar um agente econômico a utilizar as informações de forma irracional, ou seja, a adotar um comportamento que pode ser considerado irracional.

Heiner (1983) sustenta que a incerteza gerada pela diferença entre a competência de um indivíduo em resolver um problema e o grau de dificuldade apresentado por este problema ("competence-difficulty gap" ou "C-D gap" no original) pode ser influenciada pela própria incerteza relativa à imprevisibilidade do comportamento das variáveis do problema, na medida em que esta diminuiria as chances de um indivíduo considerar corretamente as informações no seu processo de decisão. Colocando esta questão nos termos propostos por Dosi; Egidi

(1991), a incerteza substantiva pode potencializar fortemente a incerteza processual. Assim, em situações muito mais frequentes do que normalmente supõe os defensores da Teoria Clássica e da Utilidade, os indivíduos têm poucas razões para adotar um comportamento otimizador. Em muitos casos, afirma ainda Heiner (1983) que as chances de sucesso parecem ser maiores se o indivíduo simplesmente adotar as decisões tomadas no passado que proporcionaram os melhores resultados, independentemente das mudanças das condições sob as quais a decisão deve ser tomada. Desta forma, segundo este autor, ambientes em constante mudança, ao diminuir a previsibilidade das variáveis de um problema (gerando assim maior incerteza substantiva e, portanto, processual), tenderiam a contribuir para o surgimento de comportamentos rotineiros que, nestas circunstâncias, podem ser considerados como plenamente racionais, embora não otimizadores.

TEORIA DOS JOGOS

A teoria dos jogos desenvolve técnicas para a análise de situações interativas, isto é, situações nas quais várias entidades, denominadas “jogadores”, decidem por ações que afetam umas às outras (BONANNO, 2018, p. 11). O que torna a teoria dos jogos interessante como apoio à decisão de agricultores é que ela proporciona fundamentos teóricos rigorosos para ações em condições de incerteza forte (não probabilística). Por outro lado, é evidente que o agricultor toma decisões em uma situação não interativa, isto é, os fatores ambientais e econômicos não “respondem” às decisões dos agricultores (pelo menos não imediatamente). Porém, é possível formalizar a tomada de decisão dos agricultores como um jogo com a natureza em uma situação na qual ele não possui informações sobre o comportamento dos demais “jogadores”. Neste caso, o comportamento mais racional

de acordo com a teoria dos jogos é o agricultor tomar sua decisão considerando que os demais jogadores tomariam as decisões que mais lhe prejudicaria. Este critério da maximização do resultado mínimo, ou “maximin” (ou minimização da perda máxima – “minimax”), correspondente ao critério maximin, estudado no capítulo 6.

Como visto anteriormente, o critério maximin assume um extremo pessimismo do agricultor, o qual só se justifica em situações de extrema dificuldade financeira. Caso contrário, o critério maximin proporciona soluções que podem ser consideradas sub ótimas, na medida em que o agricultor obtém um resultado econômico menor do que ele poderia obter nas condições por ele consideradas normais (sem perdas). No entanto, esta limitação do critério maximin pode ser facilmente contornada considerando determinado resultado econômico como o mínimo a ser obtido pelo agricultor, no lugar da simples maximização do pior resultado possível. Embora neste caso o modelo seja formalmente diferente da formulação de um modelo maximin, o processo de decisão do agricultor é o mesmo. Este tipo de modelo é o que foi denominado “foco perda” no capítulo 6.

TEORIAS DA DECISÃO E MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Esta breve análise de algumas das teorias que procuram explicar a racionalidade humana e suas relações com a incerteza não tem como objetivo evidenciar a superioridade de alguma teoria sobre as demais. Ao contrário, em que pese o caráter polêmico do tema cuja discussão tem gerado posições muitas vezes irreduzíveis (DAVIDSON, 1983), entendemos que, dependendo do tipo e do contexto do trabalho a ser efetuado, cada uma das noções discutidas acima pode ser útil para a formulação de modelos de programação.

Evidentemente a satisfação do pressuposto de informação completa e avaliação perfeita das alternativas para a otimização de um sistema de produção é claramente impraticável. Neste sentido, todo modelo de programação matemática, ao considerar sempre informações incompletas, pode ser considerado como tributário da Teoria da Racionalidade Limitada. Por outro lado, a formulação de uma função objetivo explícita e a independência da solução das condições iniciais justifica, até certo ponto, a identificação normalmente realizada entre a programação matemática e a Teoria Clássica, quando se trata de modelos deterministas, e a Teoria da Utilidade, quando se trata de modelos nos quais a incerteza é considerada probabilisticamente.

No entanto, a Teoria dos Jogos nos parece fornecer as bases mais sólidas para a formulação de modelos de apoio à decisão de agricultores. Além disto, é importante salientar, como destacado já na introdução deste capítulo, que, ao formularmos um modelo de apoio à tomada de decisão, o objetivo não é o de reproduzir fielmente o processo decisório dos agricultores, mais sim o de estabelecer uma referência que possa ser utilizada de forma objetiva e rigorosa para discutir esse processo. Para tanto, tal referência tem que ser construída a partir de critérios que podem ser considerados coerentes com o comportamento do agricultor.

Neste sentido, o modelo foco-perda baseado em cenários nos parece ser o mais interessante. Como discutido no capítulo 6, neste modelo a maximização do resultado econômico é submetida a uma restrição que define certo nível de segurança para o agricultor diante da incerteza. Além disto, a incerteza neste modelo é considerada por meio de cenários que representam situações concretas, evitando a utilização de probabilidades, cuja utilização em modelos de programação matemática raramente pode ser considerada satisfatória, tanto devido à dificuldades de ordem prática (disponibilidade de dados adequados) quanto de

ordem teórica (condições de incerteza forte, especialmente incerteza processual).

O USO DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA EM MODELOS DE APOIO À DECISÃO JUNTO A AGRICULTORES

Na breve discussão realizada neste capítulo procuramos discutir as potencialidades da programação matemática para a elaboração de modelos de apoio à decisão de agricultores. Esperamos que tenha ficado claro que tal uso da programação, apesar da sua finalidade normativa, não significa abandonar o caráter essencialmente analítico que temos defendido no uso desta técnica de modelagem. Assim, em nenhum momento sugeriu-se aqui que os agricultores devessem adotar diretamente alguma das soluções indicadas pelos modelos. Ao contrário, estas serviram principalmente como uma referência para explicar a lógica do funcionamento dos sistemas de produção, a partir das quais é então possível inferir em qual sentido tais sistemas poderiam ser modificados vantajosamente.

Tal postura, de grande prudência, encontra respaldo nas dificuldades de se compreender teoricamente o processo de tomada de decisão de agentes econômicos, salientada nos itens iniciais do capítulo 6. De fato, por um lado os pressupostos extremamente restritivos assumidos pelas Teorias Clássica e da Utilidade permitem que estas sejam consideradas apenas como casos limite, os quais, embora úteis, dificilmente podem oferecer uma explicação satisfatória para o comportamento efetivamente observado dos agricultores. Por outro lado, pode-se considerar uma incoerência lógica a utilização de métodos de otimização, como a programação matemática, tendo como base a Teoria da Racionalidade Limitada, embora esta ofereça explicações bastante plausíveis para o comportamento observado de agentes econômicos. Neste sentido, o ponto forte do uso da programação

matemática na análise de sistemas de produção agropecuária, a possibilidade de testar o conhecimento do modelador de forma quantitativa e (razoavelmente) objetiva, é perdido.

A solução apresentada neste capítulo para este problema foi a adoção de critérios de tomada de decisão não probabilísticos que consideram as fontes de incerteza de forma explícita, procurando-se assegurar um resultado econômico nas piores situações que possa ser considerado suficiente pelos agricultores. A explicitação das fontes de incerteza, formalizadas por meio de cenários, também se justifica pela facilidade que ela pode proporcionar à interpretação dos resultados obtidos, especialmente junto aos agricultores. Assim, as soluções dos modelos elaborados indicam o resultado econômico que seria obtido em cada cenário, representativo de uma situação relacionada à fontes específicas de incerteza (secas, quedas de preço, etc.). Neste sentido, como já mencionado, destaca-se o modelo foco-perda, baseado na Teoria dos Jogos. Nesse tipo de modelo, os resultados obtidos em cada cenário são facilmente interpretados, o que facilita aos técnicos, e até mesmo aos agricultores, julgarem a pertinência das soluções obtidas em relação a realidade observada, o que é uma forma de validação de grande importância para o uso dos modelos como ferramenta de apoio à decisão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na introdução deste livro salientamos que modelos de programação matemática são representações forçosamente simplificadas da realidade, na medida em que o objetivo da sua elaboração não é o de representá-la fielmente, mas sim contribuir para analisar o que é essencial para a sua compreensão.

A guisa de conclusão, após ter discutido a elaboração de diversos tipos de modelos, desde aplicações bastante simples até formulações relativamente sofisticadas, é interessante retomarmos a discussão efetuada na introdução deste livro a qual, também desta vez, pode ser levantada por meio de algumas questões como: Afinal, que tipo de conhecimento pode ser gerado por meio de modelos de sistemas de produção, baseados na programação matemática? Para que serve tal tipo de conhecimento?

Lévy (1993), ao discutir as consequências da generalização do uso de meios eletrônicos de armazenamento, processamento e comunicação de informações sobre os processos de geração de conhecimento, defende a ideia da emergência de um "conhecimento por simulação". Tal conhecimento, segundo o autor é fundamentalmente distinto do "conhecimento circular", produto da utilização da comunicação oral e de recursos puramente mentais para o armazenamento e processamento de informações, característicos das sociedades que não haviam desenvolvido a escrita e do que o autor denomina de "conhecimento linear", produto da utilização de recursos baseados na escrita. Assim, segundo esse autor, a simulação computacional, ao permitir uma interação muito maior com o

"objeto" analisado (representado no modelo matemático de simulação), tem gerado um novo tipo de conhecimento. E o que fundamentalmente distingue este conhecimento dos demais é que ele já não se baseia no mito (como nas sociedades sem escrita) ou em textos escritos (como nas sociedades históricas), os quais podem apenas ser interpretados ou lidos, mas que oferecem poucas oportunidades para serem manipulados (ou "explorados", segundo o autor). E nesse processo de exploração do conhecimento formalizado no modelo (ou seja, no processo de simulação) a operacionalidade do modelo, entendida como a facilidade com que ele pode ser manipulado, é muitas vezes tão ou mais importante do que a sua capacidade de representar a realidade (LÉVY, 1993).

Esse "conhecimento por simulação" parece ser precisamente o tipo de conhecimento gerado a partir da abordagem da modelagem de sistemas de produção por meio da programação matemática aqui proposta. E, concordando com Levy (1993), também entendemos que este tipo de conhecimento deverá desempenhar um papel extremamente importante para o desenvolvimento da agricultura. Como indica claramente Mazoyer & Roudart (1998), os aumentos de rendimentos físicos provocados pela aplicação de insumos e equipamentos de origem industrial, característicos da agricultura contemporânea, já há algum tempo não têm sido suficientes para compensar os seus custos de forma generalizada, como no passado. Isto têm contribuído, inclusive, para uma retomada do interesse em formas de agricultura baseadas em princípios mais ecológicos, porém de aplicação mais complexa. De qualquer forma, independentemente da sua forma (convencional ou alternativa) o desenvolvimento da agricultura atualmente exige processos de alocação de recursos muito mais precisos. A programação matemática pode desempenhar um papel importante neste desenvolvimento, de várias formas.

No ensino de ciências agrárias a programação matemática pode ser um meio interessante para os estudantes aprenderem, de forma clara e bastante "concreta", sobre como funciona um sistema de produção, e quais são os limites, teóricos e práticos, que se colocam para a sua análise. Para os diversos tipos de profissionais diretamente envolvidos com a promoção do desenvolvimento da agricultura (extensionistas e prestadores de serviços em geral), a programação matemática pode ser um meio interessante de delimitar as potencialidades dos sistemas de produção, permitindo estabelecer uma base objetiva (que atualmente parece se constituir em uma carência importante) ao diálogo do técnico com os agricultores. Enfim, a programação matemática pode ser uma ferramenta importante para o avanço da pesquisa sobre sistemas de produção, na medida em que ela permite testar globalmente a coerência do conhecimento disponível sobre os mesmos.

Para concluir, salientamos, como Levy (1993), que os novos meios de processamento de informações têm provocado um impacto significativo sobre a geração de conhecimento na sociedade contemporânea. Nossa convicção é que a programação matemática representa um meio para os técnicos e pesquisadores relacionados ao desenvolvimento da agricultura se inserirem neste processo. Nós nos sentiríamos recompensados caso este texto tenha contribuído para tornar realizável esta convicção.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, L. E. de; *Introdução à Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro. LTC, 1990. 277 p.
- CHIANG, A. Matemática para Economistas. São Paulo, Ed. da Universidade de São Paulo e Ed. McGraw-Hill, 1982, 684 p.
- BONANNO, G. *Game Theory*. 2ª Ed. CreatSpace Independent Publishing Platform, 2018. Disponível em http://faculty.econ.ucdavis.edu/faculty/bonanno/GT_Book.html , acessado: 16/06/2022.
- DAVIDSON, P. Rational expectations: a fallacious foundation for studying crucial decision-making processes. *Journal of Post Keynesian Economics*. 5(2):182-197, winter 1983.
- DOSI, G.; EGIDI, M. Substantive and procedural uncertainty: An exploration of economic behaviours in changing environments. *Evolutionary Economics* (1):145-168, 1991.
- GARCIA Fº, D. P.; *Guia Metodológico - Diagnóstico de Sistemas Agrários*. Brasília, INCRA/FAO, 1999 (disponível em <http://www.incra.gov.br/fao/> , acessado em 19 de junho de 2006).
- HAZELL, P. B. R. Game Theory: An Extension of its Application to Farm Planning Under Uncertainty. *Journal of Agricultural Economics*, 1970.
- HEINER, R. A. The Origin of Predictable Behavior. *American Economic Review*, 73 (4):560-595, 1983.
- HOFFMANN, R.; ENGLER, J.J. DE C.; SERRANO, O.; THAME, A. C. DE M.; NEVES, E.M. *Administração da Empresa Agrícola*, Biblioteca de Ciências sociais, Série Estudos Agrícolas, Livraria Pioneira Editora, São Paulo, 1978.
- HURWICZ, L. The Generalised Bayes Minimax Principle: A Criterion for Decision Maker Under Uncertainty, *Cowles Commission Discussion Paper 355*, February 8, 1951.
- JOHNSON-LAIRD, P.N.; BYRNE, R. M.J.; SCHAEKEN, W. Propositional reasoning by model. *Psychological Review*, 99(3):418-439, 1992.

- KAHNEMAN, D.; SLOVIC, P.; TVERSKY, A. *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- KNIGHT, F. H., *Risk, Uncertainty, and Profit*. Edição original de 1921, disponível em Library of Economics and Liberty, www.econlib.org/library/Knight/, acessado em 13 de janeiro de 2005.
- LEVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro, Editora 34, 1993.
- MAZOYER, M.; ROUDART, L. *Histoire des agricultures du monde: du néolithique à la contemporaine*. Paris: Seuil, 1998.
- N. R. C. *National Research Council, Nutrients Requirements of Dairy Cattle*, 6th. Revised Edition, National Academy Press, Washington, 1989.
- OLIVEIRA et. al., Mecanismos reguladores de consumo em bovinos. *Nutri.time*, Vol. 14, Nº 04, jul./ago. de 2017.
- PERRINGS C., Reserved Rationality and the Precautionary Principle: Technological Change, Time and Uncertainty in Environmental Decision Making, in Costanza R. (ed.), *Ecological Economics: The Science and Management of Sustainability*, Columbia University Press, New York, 1991.
- POSSAS, S. Notas acerca da racionalidade econômica. *Economia e Sociedade*, (5):181-187, dez. 1995.
- PRIGOGINE, I. *The End of Certainty: time, chaos, and the new laws of nature*. New York, The Free Press, 1997.
- PUCCINI, A. DE L.; PIZZOLATO, N. D. *Programação Linear*. Rio de Janeiro; São Paulo: LTC, 1987.
- ROBINSON, J. The Production Function and The Theory of Capital. *Review of Economic Studies*, 21(2), 1953-1954, pp. 81-106.
- SAVAGE, L. J. *The Foundations of Statistics*. New York, Wiley, 1954.
- SCHRAGE, L. *Optimization Modeling with LINGO*. LINDO Systems Inc., Chicago, 1998.
- SCHULTZ, T. *A Transformação da Agricultura Tradicional*. Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1965.
- SCHOOLER, L. J. E ANDERSON, J. R. The Role of Process in the Rational Analysis of Memory. *Cognitive Psychology*, (32):219-250, 1997.
- SILVA NETO, B.; BASSO, David. Aplicação da Teoria dos Sistemas Agrários para a análise da agricultura do Rio Grande do Sul. In: SILVA NETO, Benedito;

- BASSO, David. (Org.). *Sistemas Agrários do Rio Grande do Sul. Análise e Recomendações de Políticas*. Ijuí, 2005, v.1, p.17-23.
- SILVA NETO, B.; SCHNEIDER, M. Modelo de simulação de sistema de pastejo rotativo e contínuo de azevém (*Lolium multiflorum* LAM.) na bovinocultura. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.36, n. 4, 2006.
- SILVA NETO, B. *Com Marx, para além de Marx: ensaios sobre riquezas, valores e preços*. Curitiba: Ed. CRV, p. 212-236, 2020.
- SILVA NETO, B. *A internalização dos custos da transição agroecológica em sistemas agrários*. Porto Alegre: Ed. Fi, 2021. Disponível em <https://www.editorafi.org/364agrario>, acessado em 13/07/2022.
- SIMON, H. A. A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, (59):99-118, fevereiro 1955.
- SIMON, H. A. Bounded Rationality in Social Science: Today and Tomorrow. *Mind & Society*, (1):25-39, 2000.
- STERNBERG, R. J. *Psicologia Cognitiva*. Artes Médicas, Porto Alegre, 2000.
- WALD, A. Statistical decision functions which minimize the maximum risk. *The Annals of Mathematics*, 46(2), 265-280, 1945.



A Editora Fi é especializada na editoração, publicação e divulgação de produção e pesquisa científica/acadêmica das ciências humanas, distribuída exclusivamente sob acesso aberto, com parceria das mais diversas instituições de ensino superior no Brasil e exterior, assim como monografias, dissertações, teses, tal como coletâneas de grupos de pesquisa e anais de eventos.

Conheça nosso catálogo e siga as nossas páginas nas principais redes sociais para acompanhar novos lançamentos e eventos.



www.editorafi.org
contato@editorafi.org